高速回路・EMC設計コース：演習問題

養成講座で出題する演習問題の事例です。

演習問題例

厚さ$h=1.6$ mmで比誘電率$\varepsilon_r=4.5$のガラスエポキシ基板（FR4）がある。片面が全面グラウンド面であり、他方の面において幅$w=1$ mm、長さ$l=100$ mmの配線（マイクロストリップ線路）がある。この始端に内部抵抗$R_g=10\,\Omega$のステップ電圧源（立上り時間$\tau_r=0.1$ナノ秒、波高値1V）が接続され、終端は$R_l=\infty$（開放回路）が接続されている。このとき、終端での応答電圧を求めよ。ただし、ここでは線路系は無損失とする。

解法例

マイクロストリップ線路の実効誘電率ε_{eff}と特性インピーダンスZ_0は次の近似式で求める。

$$\varepsilon_{eff}=\frac{\varepsilon_r+1}{2}+\frac{\varepsilon_r-1}{2}\left\{0.04\left(1-\frac{w}{h}\right)^2+\frac{1}{\sqrt{1+12h/w}}\right\}\approx 3.15 \qquad Z_0=\frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\ln\left(\frac{8h}{w}+\frac{w}{4h}\right)\approx 86.6\,(\Omega)$$

伝搬速度と位相定数は$v=v_0/\sqrt{\varepsilon_{eff}}\approx 3\times10^8/\sqrt{3.15}=1.69\times10^8\,(\mathrm{m/s})$, $\quad\beta=2\pi f/v=3.7172f\times10^{-8}\ (\mathrm{rad./m})$

片道の伝搬時間τは、$\tau=l/v\approx 0.592$（ナノ秒）となる。
題意の縦続行列表示の回路方程式は複素周波数領域で表現すると

$$\begin{bmatrix}V_1(s)\\ I_1(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cosh s\tau & Z_0\sinh s\tau\\ (1/Z_0)\sinh s\tau & \cosh s\tau\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2(s)\\ I_2(s)\end{bmatrix}$$

であり、これに端子条件$I_1(s)=R_g^{-1}E_g(s)-R_g^{-1}V_1(s)$および$I_2(s)=R_l^{-1}V_2(s)$

を代入して、負荷端子電圧を求めると次のようになる。

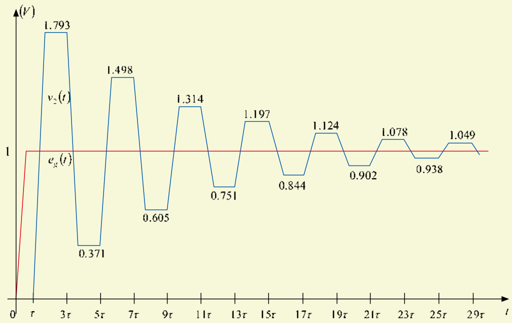
$$V_2(s)=\frac{E_g(s)}{\left(R_g/Z_l+1\right)\cosh s\tau+\left(R_g/Z_0+Z_0/Z_l\right)\sinh s\tau}$$

いま、sをラプラス変数として、逆ラプラス変換から時間領域の応答を求めることを考える。
上式を級数展開すると、

$$V_2(s)=\frac{Z_0E_g(s)}{R_g+Z_0}\cdot(1+\Gamma_l)\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\{\Gamma_0\Gamma_l\}^n\cdot e^{-s(2n+1)\tau}$$

ここで、

$$\Gamma_0=\frac{R_g-Z_0}{R_g-Z_0}\ \text{および}\ \Gamma_l=\frac{Z_l-Z_0}{Z_l-Z_0}$$



であるので、これを逆変換すると、電源電圧の時間波形を$e_g(t)$と表現すれば、指数関数の項は時間遅れとなるので、

$$v_2(t)=\frac{Z_0}{R_g+Z_0}\cdot(1+\Gamma_l)\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\{\Gamma_0\Gamma_l\}^n\cdot e_g\{t-(2n+1)\tau\}$$

と表現出来る。題意の数値を代入して、負荷端子での時間応答波形は、$R_g=10\,\Omega$, $R_l=\infty$（開放回路）のときは、

$$v_2(t)=1.793\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\{-0.79296\}^n\cdot e_g\{t-(2n+1)\tau\}$$
$$=1.793e_g(t-\tau)-1.422e_g(t-3\tau)+1.127e_g(t-5\tau)-0.894e_g(t-7\tau)+0.709e_g(t-9\tau)+\cdots$$