

やさしい電磁気学から始める 電磁波・伝送回路の基礎(電気回路編)

国立大学法人 電気通信大学
産学官連携センター ギガビット研究会

まえがき

このテキストは、電気通信大学産学官連携センターのギガビット研究会が2014年から2019年に開催していた「設計ガイドラインセミナー入門編」用に作成したものである。

ギガビット研究会は、2011年度から2021年度までの10年間、企業と大学を結ぶためのコンソーシアムとして、社会人技術者の再教育や啓蒙活動、大学での成果を企業へ展開する活動、そして共同研究やコンサルテーションを柱とするものとして設立された。特に、技術者の再教育に関しては、日本企業の技術力向上に貢献することを目指し、ほとんどのセミナー業界で行われるようなEMC問題の対処療法的な事例紹介を主内容とするものとは異質の、理論に裏打ちされた考え方、解決手段を学習してもらうことが主眼の大学ならではの特色を打ち出して活動してきた。

高専や大学においては、電気回路と電磁気学とは全く異なる授業科目として履修し、その間の関係を明らかにすることはほとんどなく学習している。それらの上級科目として高周波（マイクロ波）回路や伝送回路などや、電磁波工学やアンテナ工学などの授業科目がある。これら上級科目は必ずしも開講されていない場合が最近では多くある。この結果、特定の研究室に所属して始めて学習するという現実がある。EMC（電磁両立性）の問題は、電気回路（高周波回路）と電磁気学（電磁波論）と融合領域の問題である。現在の電気電子機器やデジタル技術を応用する各種機器製品は、その性質上不要な電磁波（妨害波）を放出しており、通信に妨害や干渉を及ぼす恐れがある。この危惧に対処するためにEMC規格がある。電気電子機器の設計においては、電気機器の本来の仕様を満足しながら、この規制値を満足するという両立性が求められることになる。設計ガイドラインとは、電子機器の設計において基本となる配線を含む回路素子の働きや現象、妨害波発生メカニズムを理解し、設計に生かすことの指針を示すことである。

2020年度からは新型コロナウイルスによるパンデミックため対面による会合が開催されなかった。このため実験を伴う設計ガイドライン入門編や中級編は開催されずに研究会が終了した。これに伴い資料テキストを公開することになった。

このテキスト執筆と講義は上芳夫が主に担当し、実験においては中村隆（岐阜大学名誉教授/電通大客員教授）と萱野良樹が担当し、福澤恵司と上がサポートした。また、入門編の実験手引書は（故）橋本慶隆が担当した。

電気通信大学産学官連携センター ギガビット研究会事務局

本間高弘 知的財産部門長・教授

萱野良樹 情報・ネットワーク工学専攻 准教授

上 芳夫 特任教授・代表

堀 建二 客員教授

（故）橋本慶隆 客員教授（2021年8月20日逝去）

福澤恵司 客員教授

雨宮不二雄（2014年度から）客員教授

高坂直子 非常勤事務員

注：このテキストに関する問い合わせにお答えすることはできませんので、ご了承ください。

はじめに

この講座は、機械系や化学系など非電気系で、回路設計・EMC 技術に従事している初心者レベルの方々を対象とする入門編の講座です。

オームの法則は分かるけど、その先は不安という方、
交流と直流は何がどう違うのか理解できていない方、
電圧・電流と電界・磁界は全くの別物と思っている方、
内容は以下です。

1. 直流での電圧・電流と電界・磁界

静電界は電荷が作る、電圧は静電界で定義、電流は電荷が動くこと、電流が磁界をつくる、電気回路の基本法則など

2. 回路素子と電磁界

キャパシタを電磁気学的に見る、グラウンド面と導体、インダクタを電磁気学的にみる、など

3. 交流での電磁界と回路素子

任意波形は正弦波の集まり、交流での抵抗、キャパシタ、インダクタの交流での動作、など

4. 交流での回路解析の手法

✓この講座の目標は

電子機器の基本素子の動作がどのような電磁気現象の基礎にあるのかを理解すること
その応用として、電子機器での現象・動作などが定性的に説明できるようにすること
さらに、基礎的な EMC 問題の考え方を理解できるようにすること

✓テキストの内容と進め方は

まず、平易なモデルやデモ実験により、何が問題点かを提示する。

次にこの現象や結果を説明する上で必要な電磁気学的用語と電気回路的用語とを関連付けて説明する。

これらの現象や用語の発展系を、更なるモデルや実験例等で動作原理や妨害メカニズムを説明する。

注：ここでの実験のデモンストレーションは、オシロスコープを使った現象から電磁界現象を観察します。また、実験においては 30 MHz 以下の周波数帯域を対象にしています。線路系の測定においては、厳密な意味での測定を実施している訳ではありません。

内容

1. 直流での電圧、電流と電界、磁界	4
1.1 静電界は電荷が作る	5
1.2 電圧は静電界で定義	8
1.3 電流は電荷が動くこと	9
1.4 電流が磁界をつくる	10
1.5 電気回路の基本法則	13
1.5.1 オームの法則	13
1.5.2 キルヒホッフの法則	14
1.5.3 電源回路	15
1.5.4 抵抗の直列回路と並列回路	16
1.5.5 直流電力	18
2. 回路素子と電磁界	19
2.1 キャパシタを電磁気学的に見る	19
2.2 グラウンド面と導体	21
2.3 インダクタを電磁気学的に見る	22
3. 交流での電磁界と回路素子	24
3.1 任意波形は正弦波の集まり	24
3.2 交流での抵抗の動作	27
3.3 交流でのキャパシタの動作	31
3.4 交流でのインダクタの動作	36
3.5 隣接するコイルの配置によって鎖交磁束が違う	42
4. 交流での回路解析の手法	44
4.1 フェーザ法	44
4.2 共振回路とは	50
4.3 交流での電力	55
5. 補遺	57
5.1 消費電力最大の法則の検証	57
5.2 無線電力伝送の模擬実験	59
付 録	60
電荷	60
等価電源の定理	61

1. 直流での電圧、電流と電界、磁界

電気製品は、通常電圧や電流という用語を用いて設計を行っている。電気製品にアンテナがついていると、アンテナに関連して電界や磁界(まとめて電磁界)という用語が出現する。EMC の分野では伝導(性)妨害波は電圧や電流で、放射(性)妨害波は電界や磁界の用語を用いて議論されている。このことは EMC の分野では電圧・電流と電磁界の間にはどのような関係があるのかを認識することが重要であることを示している。この章では、時間変化しない電圧・電流(直流)と静電磁界の関係から始める。

基本的な用語「電圧と電流」は電気回路の用語であり、「電界」「磁界」という用語は物理学の一分野である電磁気学における用語である[注¹]。直流での電圧電流の概念を図 1.1 (a)のような水路系を相似形として見てみると、この水路系は同図(b)のような回路系で表現される。このとき、この水路系においては水流が絶えず一定に流れるようにポンプが水圧を発生させており、この水流で水車が回転している。電気回路系では、水圧を発生させているポンプが電池(電源)に、水車が抵抗に対応している。さらに、水圧が電圧に、水流が電流に、水車の箇所での水圧が抵抗の端子電圧(単に電圧と称したりする)に対応している。

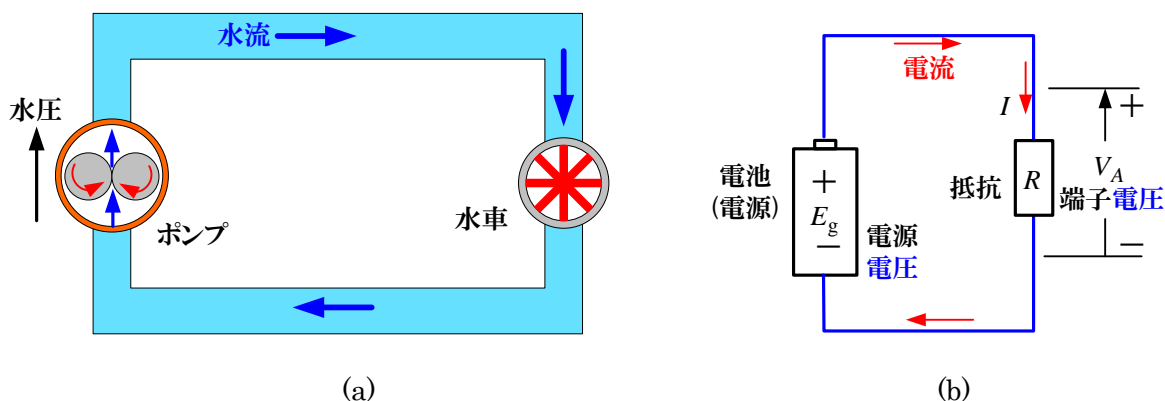


図 1.1 水路系(a)と電気回路系(b)の相似性

[参考] 機械系では通常、位置と力でシステムの状態を表現する。位置の代わりにその時間微分である速度を使用し、電圧が速度に、電流が力に対応する相似形が用いられる。

電界・磁界の概念をこのような簡単な相似形で表現するのは困難であるが、最も身近にある静磁気現象を取り上げると磁石(マグネット)や方位磁針である。



図 1.2 静磁界の例：磁石(a)と方位磁針(b)

磁石は最近では事務機器や冷蔵庫の壁などに紙を押さえつけるものに使用されている。方位磁針は旅行、

注¹ 電気回路学は電磁気学の一分野であるが、高専や大学においては、電磁気学と電気回路学が別々の教科目として存在している現状からこのような言い方をしている

特に登山に際し、また昔は乗物の方位を知る手段として、地球磁場に応答する磁針の性質が利用されていたが、最近ではGPSが使用されるようになってきている。

直流における電圧と電流は電界と磁界からある条件の基に定義されていることを述べる。このことは電気回路における現象を電圧・電流で表現しているということが、電磁気現象の「特別な条件での解」を表現していることを意味している。これらについて順次考察していく。

直流(時間変化しないとき)の定常状態で、電圧と電流と電磁界との関係図を示すと次のようになる。

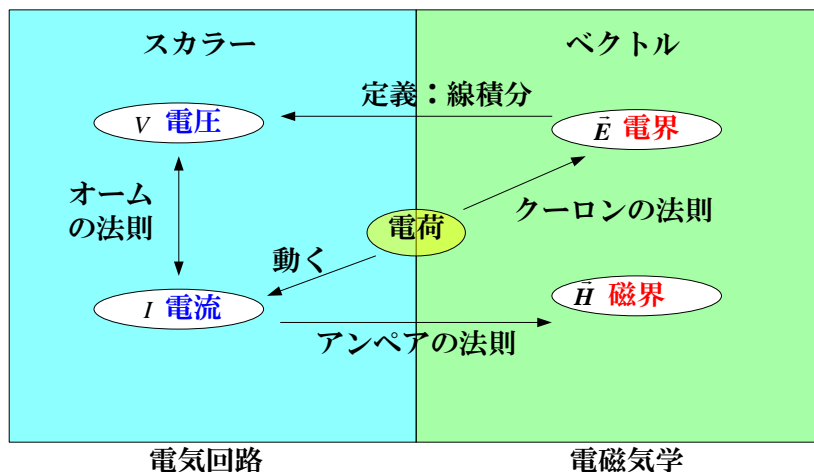


図 1.3 直流の電圧、電流と静電磁界の関係

図 1.3 は電気回路では直流回路、電磁気学においては静電磁界との間の関係を示している。この関係を述べる。 注：後述するように、電磁気学でのオームの法則は、電界と磁界の関係を直接表現しない。

1.1 静電界は電荷が作る

静止している電荷 Q [付録参照]が存在するとその周りには(静)電界 \vec{E} が発生している。この電界は次のように定義されている。

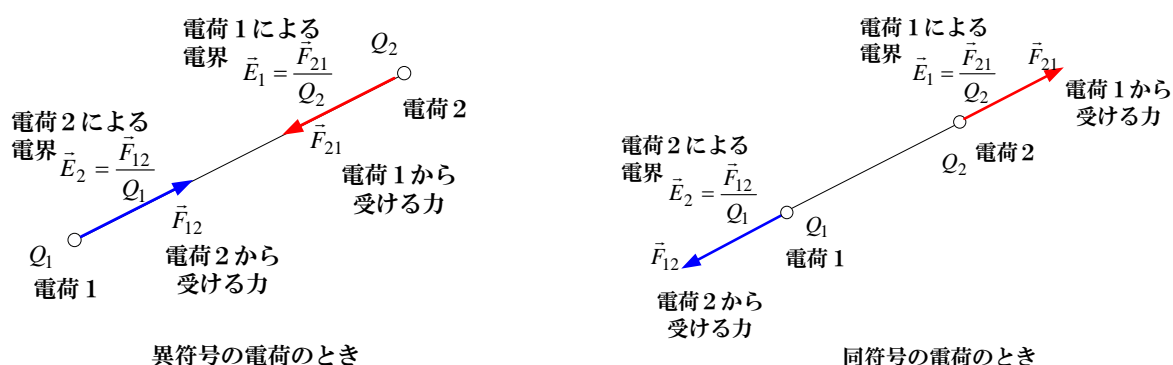


図 1.4 2 個の電荷間に働く力：異符号電荷間の引力と同符号間の斥力

(注： \vec{F}_{21} の添え字の意味は、電荷 1 から電荷 2 に作用する力(ベクトル)であることを意味している)

例えば、図 1.4 に示すように 2 個の電荷があるとする。この電荷間にはお互いに力が働く。この力 \vec{F} は大きさと向きをもつベクトル量(注：矢印(\rightarrow)付きの変数はベクトルであることを意味する)であり、**クーロンの法則**として定式化されている実験則である。この力(クーロン力という)の大きさは K を比例定数[注2]とすれば、

$$[\text{力の大きさ}] = K \times [1 \text{ の電荷 } Q_1] \times [2 \text{ の電荷 } Q_2] \div [\text{距離の平方}] \Rightarrow |\vec{F}| = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

と電荷の積に比例し、距離の平方に反比例する。この法則は、電荷を質量に変更すると「万有引力の法則」と全く同じである。このとき、[1 の電荷 Q_1] が [2 の電荷 Q_2] に及ぼす効果は、力を [2 の電荷 Q_2] で割った成分として考えることができる。すなわち [1 の電荷 Q_1] の影響力を表す指標が定義できることになる。これが「**電界**」である。ここで電界(ベクトル)の表記を \vec{E} [注3]とする。 $\Rightarrow \vec{E}_{Q_1} \equiv \vec{F}_{21} / Q_2$

電荷間に働く力は、図 1.4 に示すように異符号(プラスとマイナス)の電荷であれば、お互いに引き合う力(引力)となり、同符号(プラスとプラス、またはマイナスとマイナス)の電荷であれば反発しあう力(斥力)となる。すなわち、クーロン力は向きを持った物理量(ベクトル)であり、それゆえ電界もベクトルとなる。上記の関係は、電界中に電荷があると、電荷は力を受けると言い換えることができる。

クーロン力 \vec{F} および電界 \vec{E} は距離の平方に反比例するので距離が遠くなると大きさ(絶対値)は急激に小さくなる。

注2 SI(MKS・A)単位系であれば、空気中では $K = 1/(4\pi\epsilon_0)$ であり、 $\epsilon_0 \approx 1/(36\pi) \times 10^{-9}$ (F/m)は真空中の誘電率である。

注3 電荷 Q_1 がつくる電界 \vec{E}_1 は $\vec{E}_1 \equiv \frac{\vec{F}_{21}}{Q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}_{21}}{r} \right)$ と表現される。ここで、 \vec{r}_{21} は電荷 Q_1 から Q_2 に向かう距離をベクトル化したもので、距離ベクトルと呼ぶ。 $r \equiv |\vec{r}_{21}|$ は距離ベクトルの絶対値(大きさ)である。

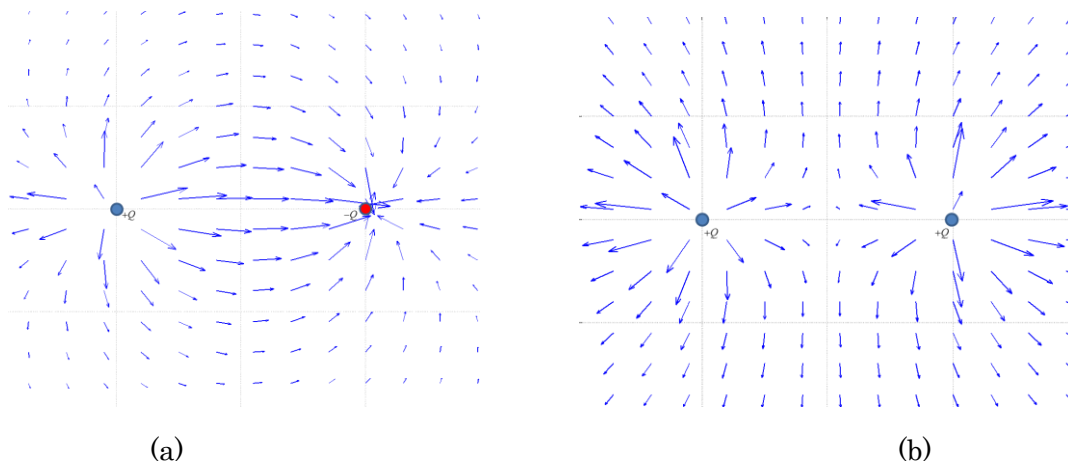


図 1.5 点電荷を含む平面での電界ベクトル表示：等量異符号の例(a)と等量正電荷の例(b)
(電界の大きさを矢印の長さで、向きを矢印の方向で示している)

ベクトルである電界を可視化表現する手段として、最近では図 1.5 に示すように電界の大きさを矢印の長さで、向きを矢印の方向で示す手法が電磁界解析ソルバーの出力表現として用いられている。図 1.5(a) は等量異符号の点電荷モデルであり、(b)は正電荷のみのモデルである。ここで発生している電界はそれぞれの点電荷が作る電界のベクトル和である。その結果、(a)では、図中の中心部の水平線上では正電荷から負電荷方向に電界は真っ直ぐ向かっているのに対し、(b)では、双方から出た電界が中心部の垂直線上で反発しあって上下に向かっている。

これに対し、古くからは、電気力線と呼ばれる連続曲線で表現する手法がある。電気力線は

- (1) 正電荷から出て負電荷に終わり、何もないところで湧き出たり消えさったりしない。
- (2) 曲線上の点での接線はその点の電界の向きと一致する。
- (3) 曲線の密度は電界の大きさに比例し、単位電界が単位面積当たり 1 本とする。
- (4) 電気力線同士で交差、分岐することはない。

の性質を持っている。

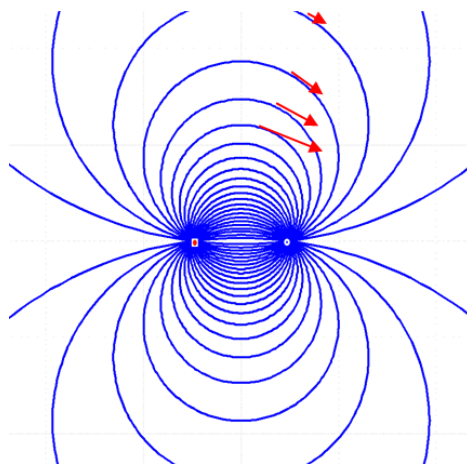


図 1.6 異符号点電荷間での電気力線：点電荷を含む平面上における例

1.2 電圧は静電場で定義

ベクトルである電界 \vec{E} を大きさだけのスカラーで表現する手段として、**電位**(potential) ϕ が定義されている。ある点の**電位の場所的な傾き**(直角座標では、 x, y, z 軸方向成分の傾き、すなわち各方向微分)を電界と定義している[注4]。このとき、「電界は電位の高い方から低い方に向かう」と定義されており、傾きにマイナス符号をつけたものとなる。

逆に、図 1.7 に示すように任意点 P の電位 ϕ_P は電界を無限遠点から P 点まで経路 C に沿って、経路上の微小部分での電界の接線成分を合算(これを線積分という)することで定義される。電気回路における電圧 V は、この電位に対応しており、一般には電位差(例えば、 $V = \phi_{PQ} = \phi_P - \phi_Q$)として定義される[注5]。

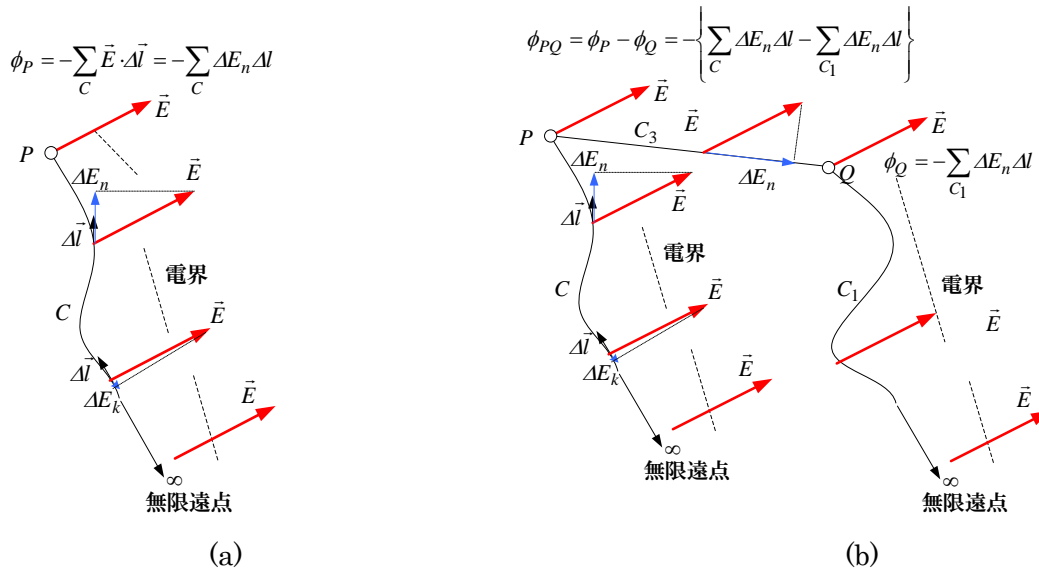
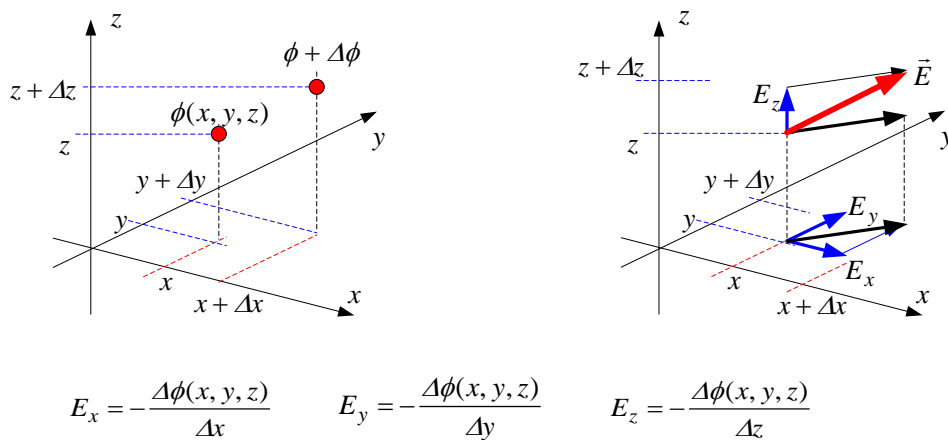


図 1.7 電位の定義(a)と電位差(b)

注4 直流電界と電位の関係は、 $\vec{E} = -\nabla \phi = -\text{grad } \phi = -\left\{ \vec{i}(\partial/\partial x) + \vec{j}(\partial/\partial y) + \vec{k}(\partial/\partial z) \right\} \phi$ で定義される。



注5 任意点の電位は、 $\phi_P = -\int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 、電位差は $V = \phi_{PQ} = -\int_Q^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$ である。

また、図 1.8 に示すように等しい電位の場所を結んだ線を等電位線という。

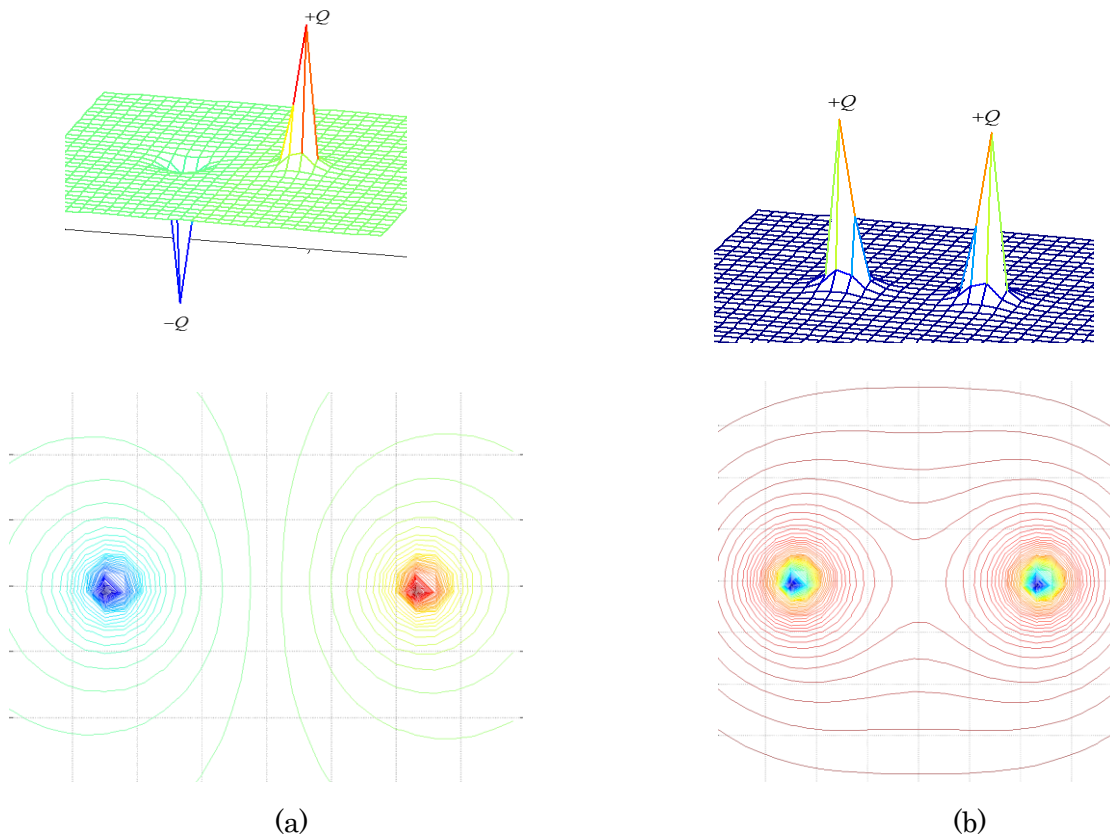


図 1.8 電荷を含む平面での等電位線の例：異符号電荷の例(a)と同符号電荷の例(b)

1.3 電流は電荷が動くこと

次に電荷が移動する(時間変化する)ことを、マクロ的にとらえて「電流 I が流れる」という。電荷が時間変化することは数学的表現では時間微分値が存在することである。この微分値が一定値であるときは移動する電荷量が常に一定であるときであり、このとき「**直流電流**」という。

電流が流れる現象は、一般には導体を電流が流れるときをいう。電磁気学においては、導体を流れる電流を強調するとき、『**導電電流**』と呼ぶ。導体とは自由に動ける電子(マイナスの電荷)が多数存在する媒体であり、金属はこれに類する。自由に動けない電子(束縛電子)の媒体は絶縁体(誘電体でもある)であり、中間のものが半導体である。

注：シリコンに代表される半導体はトランジスタや IC(集積回路)用の基材として使用されており、単に半導体と言え、これらの部品を意味する場合もある。

静電界の中に導体を置くと自由電子はクーロン力を受け、電子は素早く移動する。この移動は導体内部の電界がいたるところで零となった時点で止み、新しい平衡状態の電荷分布となる。電荷は導体内部には存在できず、すべての導体表面に分布することになる。平衡状態になるまでの時間が零の理想的な導体を完全(理想)導体という。

一般に静電界の中におかれた理想導体には次の性質がある。

- (1) 導体内部のいたるところで電界は零である。
- (2) 電荷は導体内部に存在できず、導体表面だけに存在する。
- (3) 導体はいたるところ電位は等しく、導体表面は等電位面となる。
- (4) 電気力線は導体表面に対して垂直に出入りする。

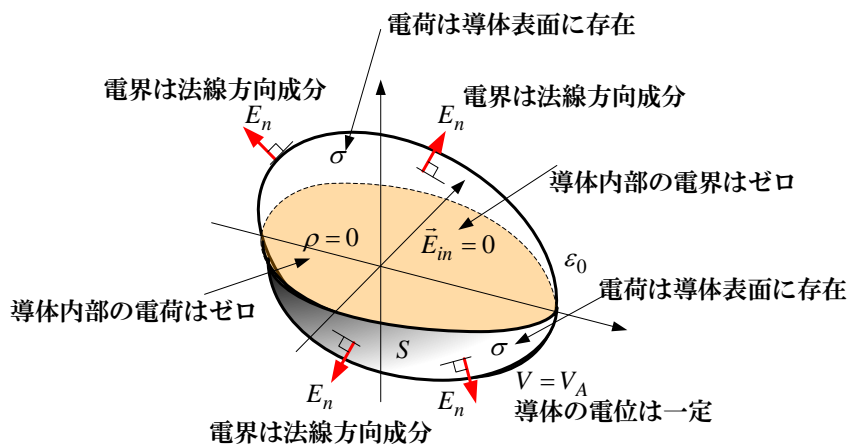


図 1.9 理想導体の性質

1.4 電流が磁界をつくる

導体線に直流電流が流れると、アンペアの(右手の)法則に従う磁界(ベクトル \vec{H} と表記)が発生する。この磁界は静磁界と呼ばれている。このアンペアの法則を図 1.10(a)では右ねじで表現している。右ねじは右方向に回転するとねじは進み(この図では上方に進み)、左方向に回すと後退する(この図では下方に進む)。アンペアの法則では、「右ねじの進む方向に電流を流すと回転方向に磁界ができる」ことである。これは同図(b)のように右手に鉛筆を持ったときでも表現できる。右手の鉛筆は親指の代用である。すなわち「親指の方向に電流を流すと他の指の方向に磁界ができる」とするものである。このためアンペアの法則は「右ねじの法則」、「右手の法則」などと称されている[注6]。

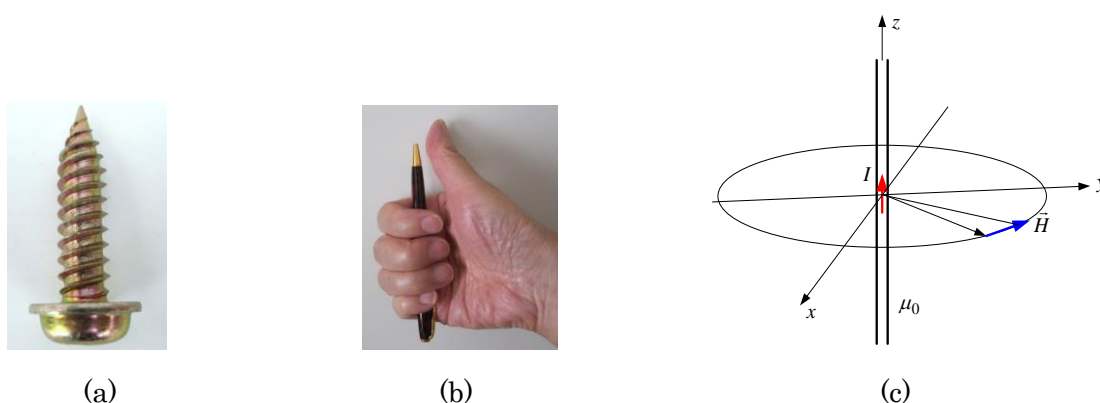
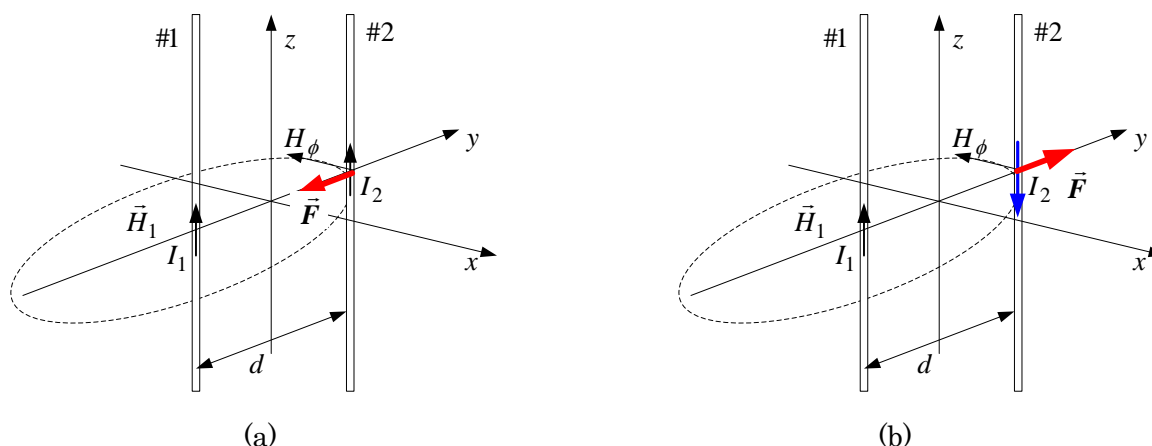


図 1.10 アンペアの法則：右ネジ(a)、右手(b)と直線状導体を流れる電流で発生する磁界(c)

注6 アンペアの法則は $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$ である。

.....参 考.....

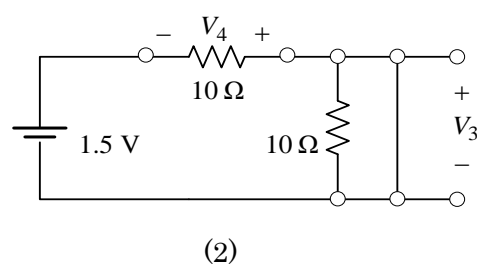
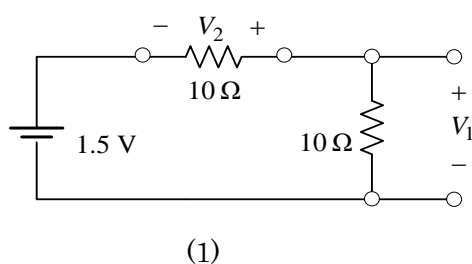
磁界中に電流が存在するときも力を受ける。これは、ローレンツ(Lorenz)力と呼ばれている。例えば、2本の導体線が平行に並んでおり、これらに電流が流れている。一方の線(#1)に電流 I_1 が流れると、他方の線(#2)の位置に磁界 \vec{H}_1 を作る。この磁界が#2の線を通る電流 I_2 に作用する力がローレンツ力である。このとき#2の線は、 I_2 を \vec{H}_1 の方向に右ねじを回転したとき、右ねじが進む方向の力を受ける[注7]。



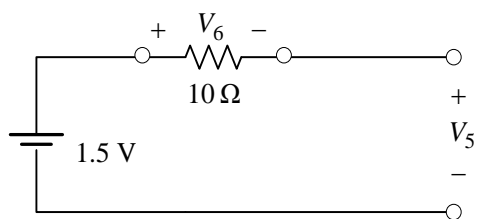
附図 平行導線に流れる電流間に働くローレンツ力
(a)同方向に流れる電流間では引力、逆方向の場合は斥力(b)

次の問を考えてください！

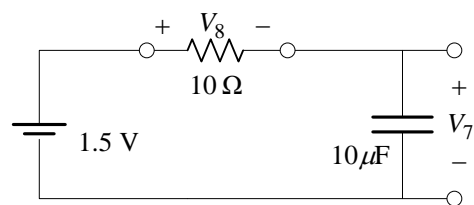
問 1 次の直回路において、電圧計のプロープ(探針)のプラス(+)・マイナス(-)の端子を図に示すように接続して、それぞれの電圧を読むとその値はいくらかを、理由を述べながら答えよ。



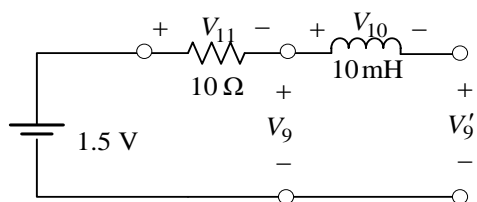
注7 ローレンツ力は $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{H}$ と電流ベクトル \vec{J} と磁界(ベクトル) \vec{H} との外積(ベクトル積)で与えられる。『1 アンペアは、真空中に 1 メートルの間隔で平行に配置された無限に小さい円形断面積を有する無限に長い二本の直線状導体のそれぞれを流れ、これらの導体の長さ 1 メートルにつき 2×10^{-7} ニュートンの力を及ぼし合う一定の電流である。』と定義されている。



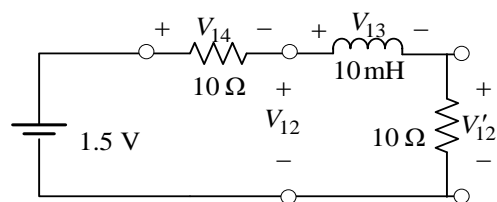
(3)



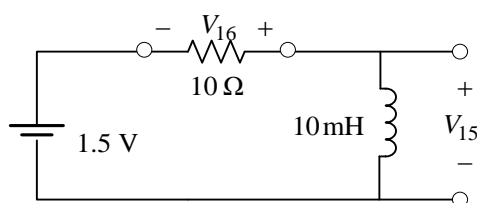
(4)



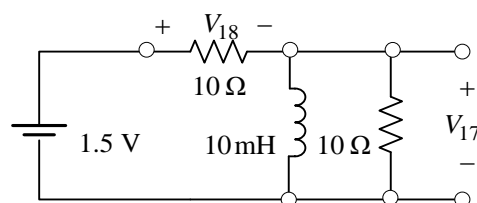
(5)



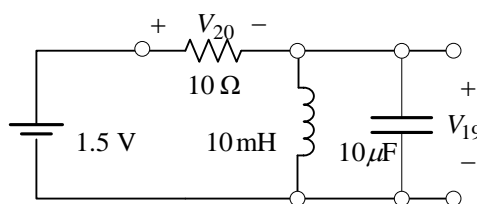
(6)



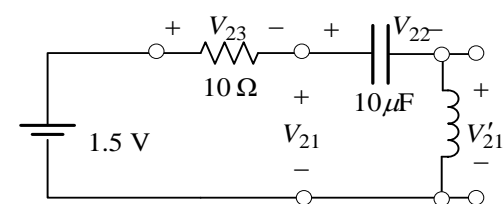
(7)



(8)



(9)



(10)

出題の意図:

この回路図を見て、電源は直流電圧源であり、スイッチはない。したがって、定常な状態を考えればよい。このとき、(1)電圧と電流の関係が把握できているか、(2)短絡と開放回路の意味が理解できているか、(3)電流が流れないということをどのように理解しているか、(4)インダクタやキャパシタの動作を理解できているか、が問題となる。

これらの検証実験は後ほど行う。

⇒ これらを理解するために、オームの法則から始める。

1.5 電気回路の基本法則

1.5.1 オームの法則

直流における電圧と電流の関係は、オームの法則で与えられる。オームの法則はオーム(Ohm)が電圧と電流との間に比例関係があることを見出したものである。

【注】 オームの法則における電圧電流の関係は、『電流は、電圧の高い方から低い方に流れる』と規定している。

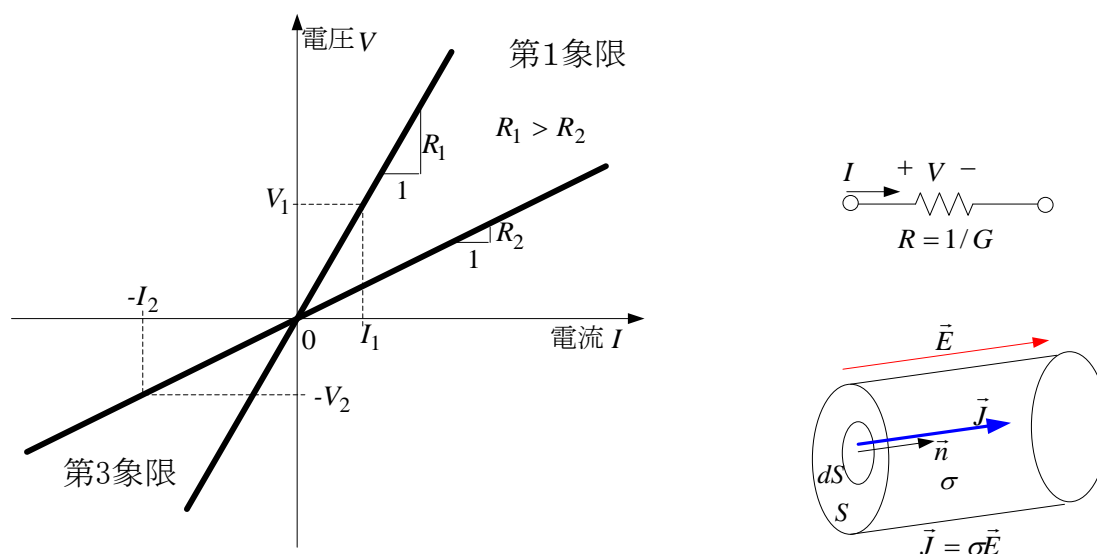


図 1.11 オームの法則

図 1.11 は、電圧が電流に比例する関係を表示しており、このときの比例定数(傾き)が抵抗として定義されている。すなわち

$$[\text{電圧}] = [\text{抵抗}] \times [\text{電流}] \quad \Rightarrow \quad V = RI$$

である。[抵抗]とは電流の流れを妨げる係数であり、この逆表示は

$$[\text{電流}] = [\text{コンダクタンス}] \times [\text{電圧}] \quad \Rightarrow \quad I = (1/R)V = GV$$

である[注⁸]。

オームの法則を電磁気学的にみると電流に対応する用語は[電流密度(ベクトル)]であり、[コンダクタンス]を電流の流れやすさの媒質定数である[導電率]で表現すると、

$$[\text{電流密度(ベクトル)}] = [\text{導電率}] \times [\text{電界(ベクトル)}] \quad \Rightarrow \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

という表現になる[注⁹]。

注⁸ 図 1.11 に表示したオームの法則は、第 1 象限と第 3 象限の現象として表現している。第 2 象限と第 4 象限では、負抵抗となる。このときは発振している現象を意味する。

注⁹ 図 1.11 の右図において、電流は $I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = \vec{J} \cdot \vec{n} S$ であり、電圧は $V = -\int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = |\vec{E}|l = |\vec{J}|/\sigma l$ となるので、 $R = (V/I) = l/(S\sigma)$ の関係にある。

1.5.2 キルヒホッフの法則

キルヒホッフはオームの研究を発展させ、キルヒホッフの電流則(KCL)と電圧則(KVL)を見出している。KCL とは、回路の節点に関する法則であり、「節点に入り込む電流と流出する電流は等しい」とか「節点に入り込む電流の代数和は零である」と表現されている。

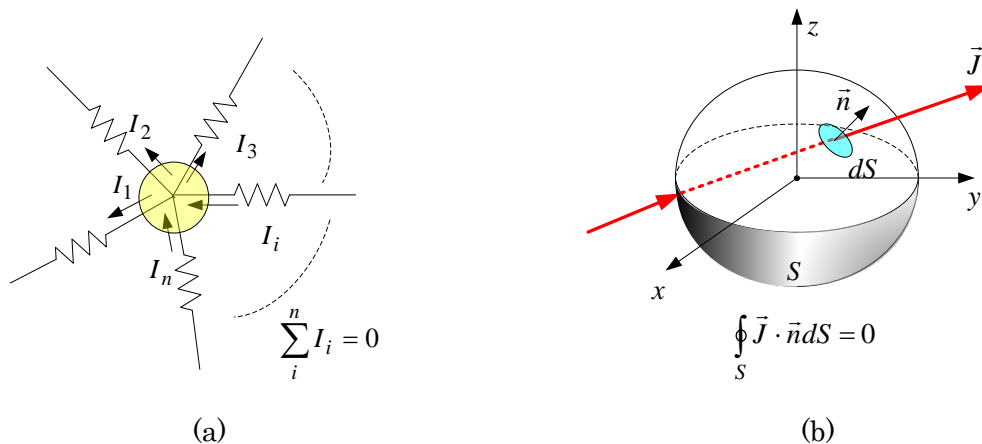


図 1.12 キルヒホッフの電流則(a)と電流連続の式(b)

この法則は、電磁気学では「電流連続の式」あるいは「電荷保存則」と称されるものであり、閉じた曲面に囲まれている節点につながった線を出入りする電流の総和は零であるとするものである。この電流は、突然湧き上がることはなく、また消失するものではないことを示している。

KVL は図 1.13 に示すように、閉回路(一周できる経路)に関する法則で、「各枝(節点間をつなぐ回路素子の端子間)電圧の代数和は零である」というものである。

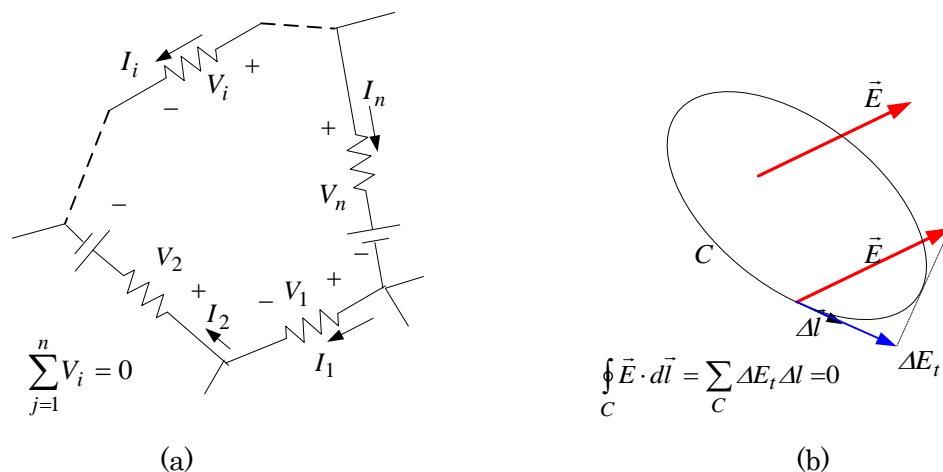


図 1.13 キルヒホッフの電圧則(a)と静電界の周回積分(b)

これは、電磁気学では静電界の電位に関する定義から、2点間の電位が定義された。その2点間の電位を求めるための経路を、一回りする閉路(閉曲線)に選択すれば、同一の点での電位差を求めることになり、この電位差は零となる性質(静電界の周回積分則)に対応している。

1.5.3 電源回路

一般に電源というと、電圧源のことである。**理想電圧源**とは『**決められた一定電圧をどのような負荷に対しても保証する**』ものである。そのため、理想電圧源は電圧が一定であるので、オームの法則($V = RI$)からみると、傾きがゼロ、すなわち**抵抗(これを内部抵抗あるいは電源抵抗という)はゼロ**となる。この結果、ゼロの抵抗を接続しても回路が動作するためには、電圧源は回路に直列に挿入されなければならない。一般の電圧源は、『**理想電圧源に有限な値の内部抵抗を直列に接続した回路**』となる。

【注】内部抵抗は、一般には(交流では)、内部インピーダンス(後述)となる。

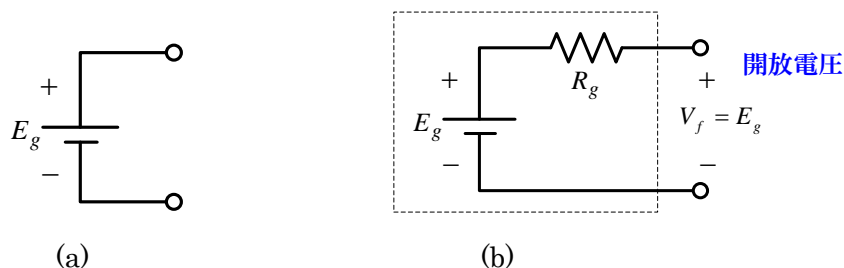


図 1.14 理想電圧源(a)と一般の電圧源(破線内部)(b)

一般の電圧源回路では、開放電圧を測定すると、これが電源電圧となる。

【注】このセミナーの実験で使用する電源(信号源)では、電源電圧が電源抵抗(50Ω である)に等しい抵抗を負荷として接続したときの負荷電圧で表示されていることに注意！

理想電流源は『**決められた一定電流をどのような負荷に対しても保証する**』ものである。これをオームの法則からみると、**傾き(抵抗)が無量大**ということになる。この結果、無限大の抵抗を接続しても回路が動作するためには、電流源は回路に並列に挿入されなければならないことを意味する。この結果、一般の電流源は『**理想電流源に内部抵抗を並列に接続した回路**』となる。このときの内部抵抗を逆数のコンダクタンス(G と表記)で表現する場合が多い。

【注】一般には(交流では)、内部コンダクタンスに対し、内部アドミタンス(後述)となる。

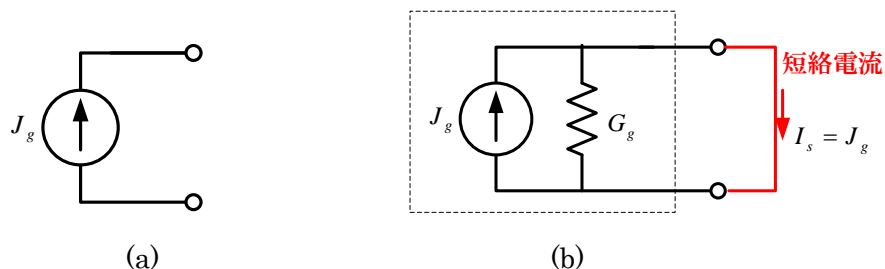


図 1.15 理想電流源(a)と一般の電流源(破線内部)(b)

一般の電流源回路では、短絡電流が電流源電流となる。

【注】電圧源回路と電流源回路とは等価変換することができる。これに関しては付録参照

1.5.4 抵抗の直列回路と並列回路

回路素子等を接続する方式には、図 1.16(a)に示すような直列接続と、(b)に示したような並列接続が基本接続回路である。これらを接続したときの取扱法を示す。

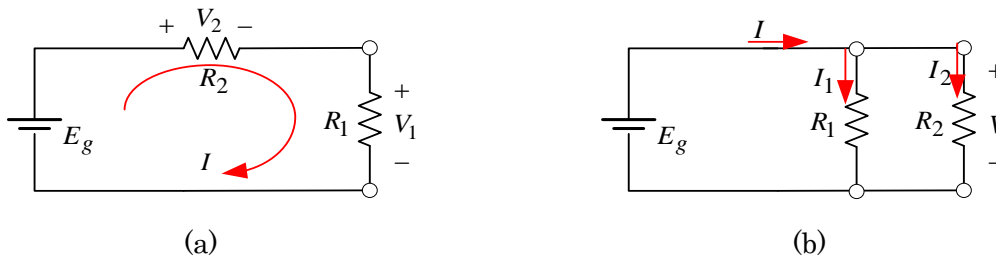


図 1.16 抵抗の直列回路(a)と並列回路(b)

図 1.16(a)の**直列回路**において、抵抗には同じ電流が流れるので、抵抗の端子電圧は、 $V_1 = R_1 I$ および $V_2 = R_2 I$ であるので、KVL(電圧則)から

$$V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2)I \equiv RI \Rightarrow \text{合成抵抗は、} R = R_1 + R_2 \text{ となる。}$$

一般には、『**合成抵抗はそれぞれの抵抗の和**』となる。また、電流は

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2}, \quad \text{ここでは、} V = E_g \text{ である。}$$

電圧は、抵抗によって

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E_g, \quad V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_g$$

と分割されることになる。

図 1.16(b)の**並列回路**では抵抗が並列に接続されているので、この接続点(節点)では、KCL(電流則)が成立しなければならない。この結果、 $I = I_1 + I_2$ となる。両抵抗の端子間電圧 V は等しいので、オームの法則から $V = R_1 I_1 = R_2 I_2$ である。これから、

$$I = I_1 + I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V \equiv \frac{V}{R} \Rightarrow \text{合成抵抗の逆数が} \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ となる。}$$

一般には、『**合成抵抗の逆数がそれぞれの抵抗の逆数の和**』となる。このとき、抵抗に流れる電流は

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad \text{および} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

という割合に電流が分かれて流れる(**分流する**と言う)ことになる。

2 個の抵抗からなる並列接続の合成抵抗は

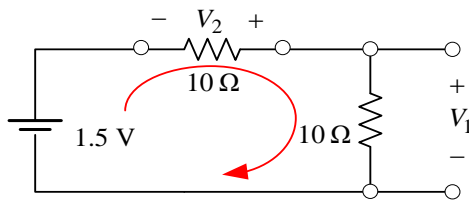
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

となり、特に抵抗値に極端なアンバランスがあれば、例えば $R_1 \gg R_2$ のときは、 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx R_2$ と

なる。これは、アンバランスの抵抗のときは、合成抵抗は、小さい方の値に近づくことを示している。

.....

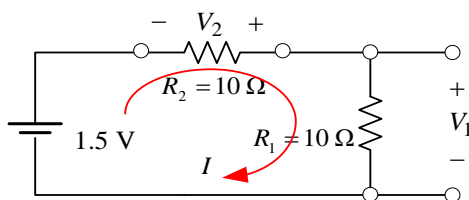
前出の間 1 で、(1)、(2)、(3)を考える。



(1)

このときの電流は右回りに流れるので、 $V_1 = (1.5/20) \times 10 = 0.75$ (V)、 $V_2 = -(1.5/20) \times 10 = -0.75$ (V)。

前出の間 1 (1)にキルヒホッフの電圧則を適用して抵抗の端子電圧を求める例を考える。



(1)

電源電圧を E_g とし、電圧の正方向を図のように設定すると

$$E_g + V_2 - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 = E_g$$

各抵抗の端子電圧は、右回りする電流を I とすれば、

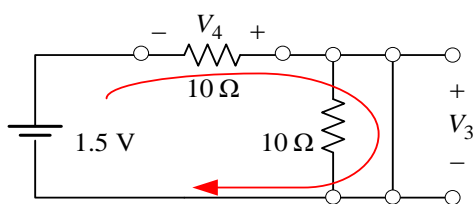
$$V_1 = R_1 I, V_2 = -R_2 I \Rightarrow V_1 - V_2 = (R_1 + R_2)I = E_g \quad \therefore I = \frac{E_g}{R_1 + R_2} \equiv \frac{E_g}{R}$$

であり、この結果

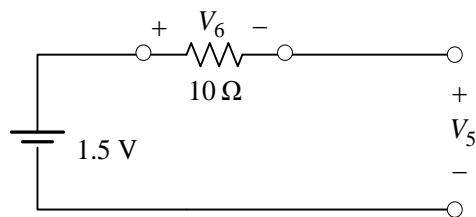
$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E_g, \quad V_2 = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} E_g$$

と求められる。

.....



(2)



(3)

(2)では、電流は右回りに流れ、右側の抵抗と短絡回路(ショート)では、短絡回路だけに電流が流れ、並列抵抗には電流は流れない。したがって、 $V_3 = 0$ 、 $V_4 = -(1.5/10) \times 10 = -1.5$ (V)である。

(3)では、電流が流れないので、抵抗での電位差はない、電圧は発生していない。したがって $V_5 = 1.5$ (V)、 $V_6 = 0$ である。

1.5.5 直流電力

乾電池と豆電球からなる懐中電灯は、スイッチを入れると電球が光る。これは豆電球で電力を消費する現象であり、電力がフィラメントで消費され、熱となり発光するからである。電力を消費する現象は電気回路では、抵抗に電流が流れて抵抗が熱くなる現象であり、

[電力]=[抵抗]×[電流の平方]=[電流]×[電圧] $\Rightarrow P = RI^2 = VI$ [Watt]
 で与えられる。

消費電力最大の法則と供給電力最大の法則

一般の電源回路に負荷抵抗が接続された回路を考える。

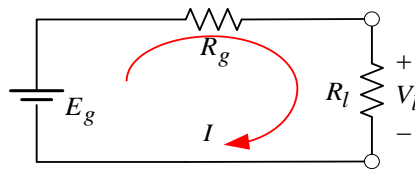


図 1.17 内部抵抗のある電圧源回路に接続された抵抗

内部抵抗 R_g で電源電圧 E_g の電圧源回路に負荷抵抗 R_l が接続されているとき、負荷抵抗で消費される電力を考えると、負荷電圧 V_l と抵抗を流れる電流 I は

$$V_l = \frac{R_l}{R_g + R_l} E_g, \quad I = \frac{E_g}{R_g + R_l}$$

であるので、消費電力 P_l は

$$P_l = V_l I = \frac{R_l}{(R_l + R_g)^2} E_g^2$$

となる。この消費電力は $R_l = R_g$ のとき最大になる[注¹⁰]。この状態を**整合(matching)**がとれているという。この最大値 $P_{l(\max)}$ は

$$P_{l(\max)} = \frac{E_g^2}{4R_g}$$

となる。この「**電源の内部抵抗(電源抵抗)と負荷抵抗が等しいとき、負荷抵抗の消費電力は最大になる**」現象を**消費電力最大の法則**という。これを電源側から見ると「**電源が供給できる電力は、電源抵抗と負荷抵抗が等しいときに最大である**」言うことになり、この表現を**供給電力最大の法則**という。

(注：この現象は、5.1 項で参考実験として検証する。)

注¹⁰ P_l を R_l で微分すると、 $\frac{dP_l}{dR_l} = \frac{R_g - R_l}{(R_g + R_l)^3} E_g^2$ となり、この変化を調べると、

R_l	←	R_g	→
dP_l / dR_l	+	0	−
P_l	↗	極大	↘

となり、 $R_l = R_g$ のとき P_l は極大であり最大となる。

2. 回路素子と電磁界

直流の電圧と電流の関係を、オームの法則で表現している回路素子が抵抗である。定義によって電界から電圧が、アンペアの法則で電流と磁界が関係づけられている。回路で用いられる代表的な素子であるキャパシタ(コンデンサ、容量)とインダクタ(コイル)は、電磁界とどのような関係にあるかを述べる。

2.1 キャパシタを電磁気学的に見る

キャパシタのモデルの簡単な例として、2枚の平板導体に、大きさは同じであるが符号は逆(等量異符号)の電荷を与え対向させた系を考える。このような導体板を電極という。この電極間では+の電荷から-の電荷に向かって電界が発生している。図では、上の電極から下の電極の方向である。電極間の間隔が狭いとする、極板の端から漏れる電界は無視できるので、極板間で電界は一様に発生するとする。

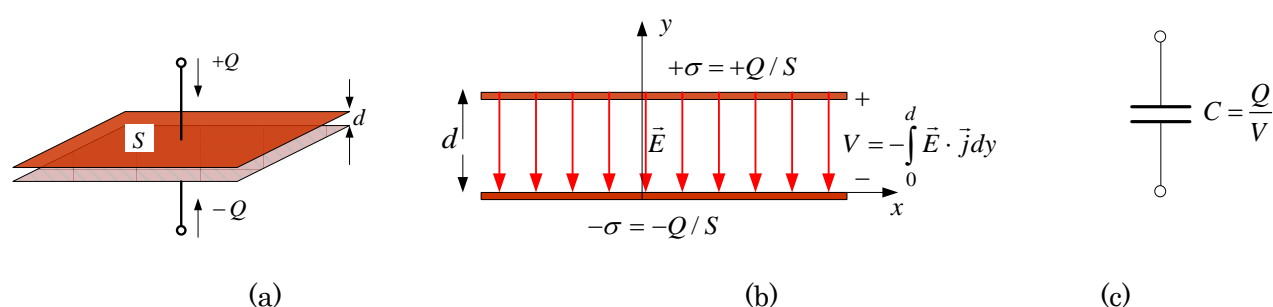


図 2.1 等量異符号の電荷を与えた平行平板導体(a)と断面に発生している電界(電気力線)(b)および回路論的表現(c)

この電極間の電位差(電圧)は電極間に発生している電界によって決まる。この電圧と与えた電荷の大きさの関係を

$$[\text{電荷の大きさ}] = [\text{キャパシタンス(容量)}] \times [\text{電圧}] \quad \Rightarrow \quad Q = CV$$

とし、電荷の大きさが電圧に比例すると定義する。このときの比例定数をキャパシタンス C (容量、単位[Farad])と定義する。すなわち、キャパシタは電荷を蓄積する素子となる。キャパシタの電極に電荷を与えるためには、直流電源(電池)を接続すればよい。このときキャパシタの(端子)電圧は直流電源の電圧と等しくなるまで(この間を過渡状態という)、電荷が供給されるが、これに要する時間は瞬時であり、直ちに定常な状態になる。定常状態では電荷の時間的変化は無いので、**キャパシタには直流電流は流れない**が、端子間には**(直流)電圧は存在**することになる。この電圧が保たれることは、電界が存在していることを意味しているので、キャパシタは電磁気学的な表現で、「電界エネルギー」を保存する素子と言える。また『**キャパシタはその構造から導体極板間が直接つながっていないので、直流電流は流れない**』と直感的に推察できることと一致する。

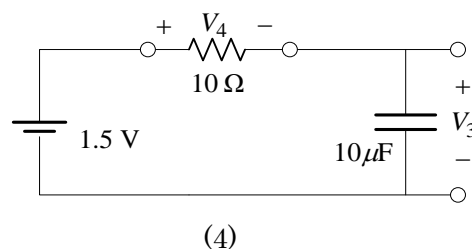
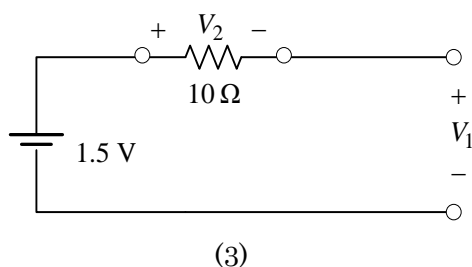
[例] 1.6 mm の厚さで 200 mm 四方の FR-4 両面基板のキャパシタンスはガラスエポキシ基材の比誘電率を 4.5 とすれば、

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d} = 4.5 \times \frac{10^{-9}}{36\pi} \times \frac{0.2^2}{1.6 \times 10^{-3}} \approx 995 \times 10^{-12} \text{ (Farad)}$$

となる。

.....

前出の間 1 (4)を考えると、



(4)において、電源からキャパシタに電荷が供給され、キャパシタに電荷が蓄積される。これはキャパシタの(端子間)電圧が電源電圧と等しくなる時点まで続くが、その期間は短時間で終了する。この期間を過渡状態にあるという。その後が、定常状態である。定常状態になると、キャパシタの電圧は電源電圧と等しくなるので、電流が流れない。すなわち(3)の状態と同じ電圧値を示すことになる。

.....

課題 1 片面基板の銅箔の無い面に 1 辺が約 20 mm の四角形パッチの導体板を貼り付けた。グラウンド面(片面基板の銅箔面)を乾電池のマイナス側に接続し、この導体板にプラス側を接続した。そのとき電圧計の読みは 3.230 V と表示された(左写真)。最初の四角形導体板のすぐ近くに、写真で示すように、同じ大きさのパッチ導体板をわずかに離して配置した。グラウンド面と新しく貼り付けたパッチ導体板との間の電圧を測定したら、ある値から急速に減衰する現象が観測された(右写真)。

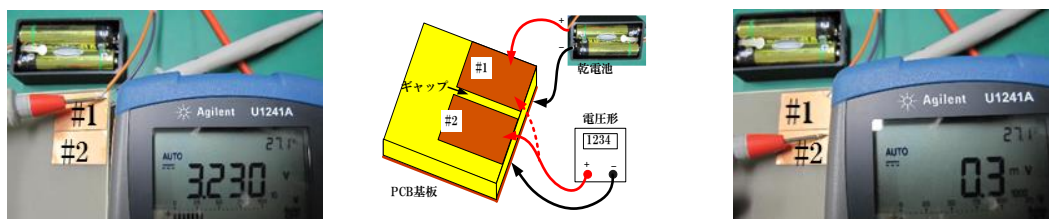
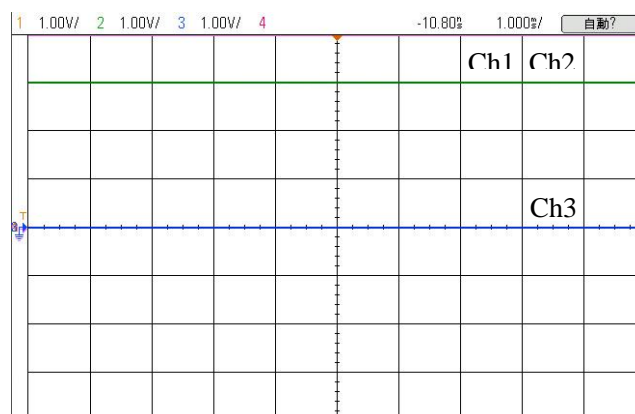
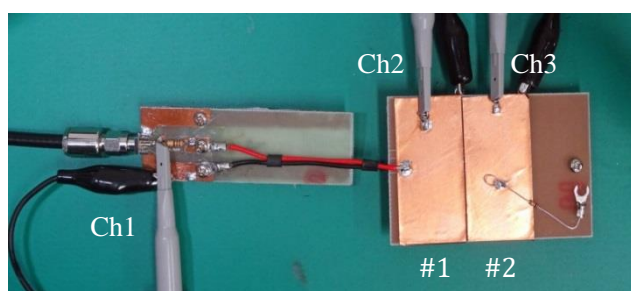


写真 近接する導体間の直流での結合現象例

新しく付けたパッチ導体の電圧は、『パッチはつながっていないのに、何故 0 V でないのか?』

参考：



実験では直流電源は、ファンクションジェネレータの直流電圧発生機能を使用する。チャンネル 3(Ch3)

で観測される電圧はゼロになっているが、電圧プローブの入力インピーダンスが理想的でない値(約 1 M Ω)であることによる。また、ステップ電圧を用いる実験で再度考察する。

2.2 グラウンド面と導体

グラウンドとは、一般には電位(電圧)の基準となる導体の面(多くの場合は面であり、線の場合は直流でなければ、電位が一定となるとは限らない)であり、理想的には無限に広く電位ゼロとして扱う。通常の回路素子ではないがキャパシタンスとして動作する例をあげる。基準面(グラウンド面)から離れた位置に導体が存在するモデルである。

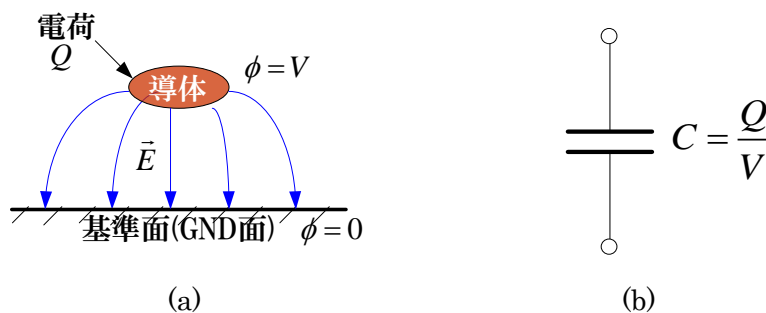


図 2.2 基準面(グラウンド面)から、ある高さに存在する導体を作るキャパシタンス：
電磁気学的表現(a)と電気回路的表現(b)

前述した図 2.1 のモデルでは、2 枚の平板導体(極板)に等量逆符号の電荷を与え、そのときの電位差との関係でキャパシタンスが定義されていた。図 2.2 のモデルでは、一見するとキャパシタンスの定義が異なるよう見える。しかし、基準面(グラウンド面)が電位ゼロということは、この電位となるようにグラウンド表面に電荷が誘導されることであり、その電荷の総量は導体に与えた電荷と逆符号で等量である。したがってグラウンド面をもうひとつの導体とみなして、これに等量逆符号の電荷を与えていることになる。

次に、グラウンド面から、ある高さの位置にある 2 個の導体では図 2.3 のようになる。このとき、図 2.3(a)では導体#1 に電荷 $Q_1(>0)$ を、導体#2 に電荷 $Q_2(\geq 0)$ を与えたときを考える。図に示した電気力線の概念図は $Q_1 > Q_2 \geq 0$ のモデルである。与えた電荷によって電界 \vec{E} が発生する。この電界によってそれぞれの導体の電位 ϕ_1 と ϕ_2 が決定される。このとき、 $Q_2 = 0$ の場合でも成立する。

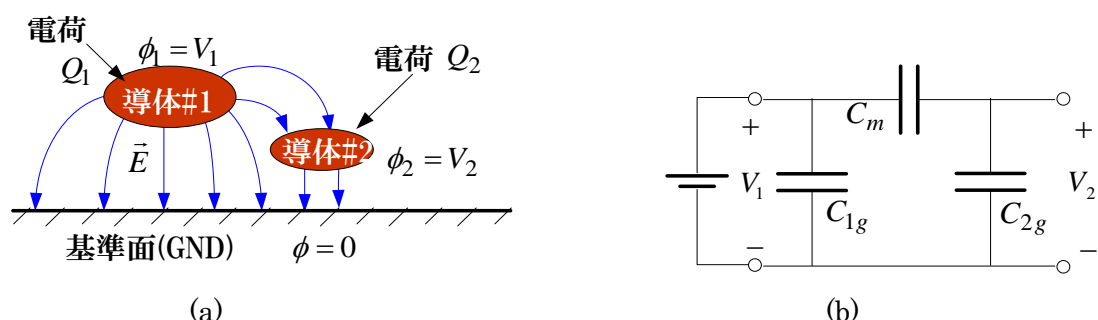


図 2.3 基準面から、ある高さの位置にある 2 導体を作るキャパシタンス：

(a) 電磁気学的表現と(b)電気回路による π 形等価回路表現

図 2.3(b)は回路表現である。各導体がグラウンド面との間に作るキャパシタンス C_{1g} と C_{2g} は自己キャパシタンス、導体#1 と#2 の間のキャパシタンス C_m を相互キャパシタンスという[注11]。この現象は、導体の電圧が同じであれば、電界による結合は発生しない。すなわち $C_m = 0$ となる。

2.3 インダクタを電磁気学的に見る

インダクタ(コイル)は、導線をコイル状に巻いた構成になっている。ここでは模式的に 1 巻きの導線コイル(ループ)で表現し、そのコイルに直流電流 I を流すことを考える。このコイルに電流が流れると導線の周りにはアンペアの法則に従う磁界 \vec{H} が発生する。この結果、ループ面を通り抜ける(鎖交)磁束 Φ が存在する。この鎖交磁束は電流に比例する。

$$[\text{鎖交磁束}] = [\text{インダクタンス}] \times [\text{電流}] \quad \Rightarrow \quad \Phi = LI$$

この比例定数がインダクタンス L (単位[Henry])と定義されている。鎖交磁束はループ面が大きければ大きくなる。この面積を大きくする手段としてコイルを何巻きにもすることがある。

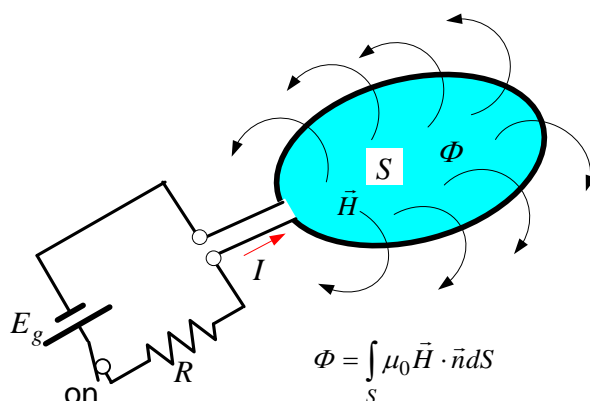


図 2.4 コイルに直流電流を流すときの鎖交磁束が発生するモデル

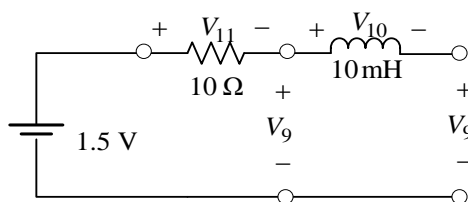
回路的なインダクタは、電流が磁界に対応しているので、磁界のエネルギーを蓄える素子と言える。ま

注11 多数の導体の場合には簡単に自己および相互キャパシタンスは求められない。行列形式で書いた電荷と電圧の関係式 $[Q] = [C][V]$ の $[C]$ 行列は、この 2 導体+GND 系では次の関係にある。

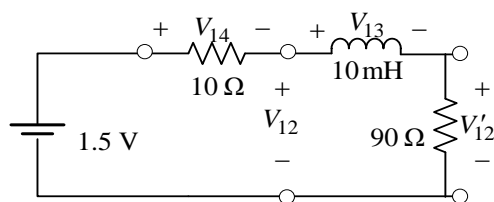
$$[C] = \begin{bmatrix} C_{1g} + C_m & -C_m \\ -C_m & C_{2g} + C_m \end{bmatrix}$$

た、注意しなければならないのは理想的なコイルは直流電流が流れてもインダクタの端子間には電圧が発生しないことである。言い換えると、抵抗は無い=ゼロ、短絡(ショート)と同じということになる。

前出の間 1 を考える。



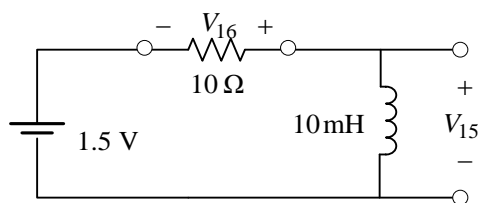
(5)



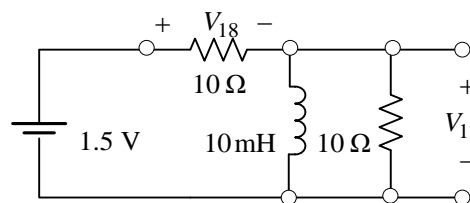
(6)

(5)は、端子が開放であるので、電流は流れない。したがって $V'_9 = V_9 = 1.5 \text{ (V)}$ 、 $V_{10} = V_{11} = 0$ であり、インダクタは何らの動作もしないので、(3)と全く同じである。

(6)は、インダクタは短絡(ショート)と同じであるので、 $V_{14} = 0.15 \text{ (V)}$ 、 $V_{12} = V'_{12} = 1.35 \text{ (V)}$ となる。

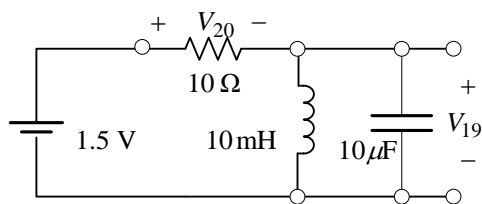


(7)

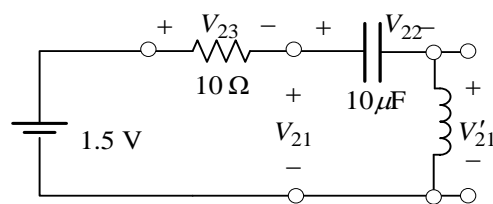


(8)

(7)と(8)では、インダクタンスは直流では何らの動作をしない短絡と同じであるので、(7)では $V_{15} = 0$ であり、 $V_{16} = -1.5 \text{ [V]}$ である(極性に注意)。(8)では $V_{17} = 0$ であり、 $V_{18} = 1.5 \text{ [V]}$ となる。



(9)



(10)

(9)では、インダクタンスは短絡として働くので、 $V_{19} = 0$ であり、 $V_{20} = 1.5 \text{ [V]}$ である。

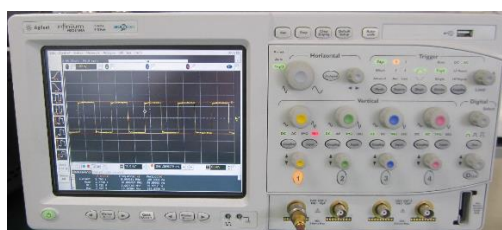
(10)では、インダクタンスは短絡として働くので、 $V'_{21} = 0$ であり、キャパシタンスは開放として働くので、 $V_{23} = 0$ となる。キャパシタンスの端子電圧は電源電圧と同じになるので、 $V_{21} = V_{22} = 1.5 \text{ [V]}$ となる。

以上と同じような構成の回路で直流における回路素子の働きを確認する。詳細は実験手引書を参照のこと。

【注】 実験においては、直流電圧源としてファンクションジェネレータの直流(DC)電圧発生機能を使用し、直流電圧測定はオシロスコープを使用する。

3. 交流での電磁界と回路素子

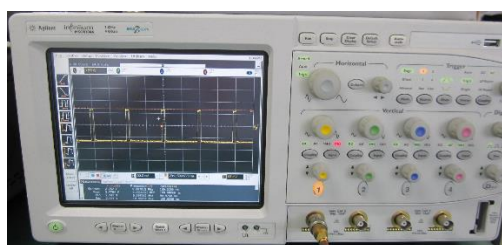
電圧・電流が時間的に変化するとき、これらを交流という。どのような形状をした(時間領域)波形であっても多くの周波数スペクトル(周波数領域)成分をもつ正弦波の集合で表現できる[注¹²]。時間領域とは横軸が時間で表示するものである。時間領域の波形は**オシロスコープ**で観測することができる。周波数領域とは、横軸が周波数で表示することであり、周波数スペクトルを観測する機器は**スペクトラムアナライザ**である。(最近の演算機能を持つオシロスコープでは、スペクトルも表示する機能がついている)



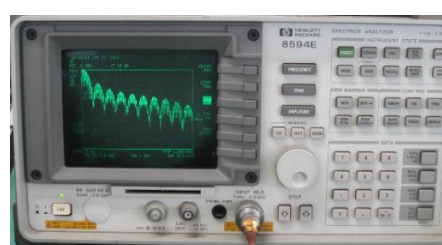
(a)



(b)



(c)



(d)

写真 信号をオシロスコープで観測した例(a)(c)とスペクトラムアナライザで観測した例(b)(d):

(a)と(b)、(c)と(d)の組み合わせが同じ信号を入力したときである

【注】 実験では、オシロスコープの FFT 機能を使って、矩形パルス波形のスペクトルを調べる。

抵抗、キャパシタ、インダクタに交流が加えられたとき、どのような現象が現れるかを次に調べる。

3.1 任意波形は正弦波の集まり

例えば、デジタル回路で多く出現するクロック波形をオシロスコープで観測する例として、図 3.1 のような波形であるとする。これが多数の周波数成分の正弦波で成り立っていること、逆に正弦波を寄せ集めたらクロック波形が再現できることを示そう。

注¹² 時間の関数で表現される波形(時間領域)と周波数成分のスペクトル(スペクトラムともいう)での表現(周波数領域)とは、フーリエ変換・逆変換の手法で関係づけることが可能である。

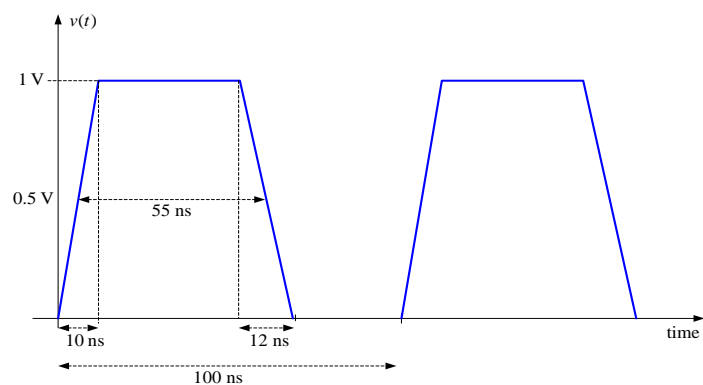


図 3.1 時間領域波形の例(対称性の無い波形)

この波形を周波数領域で観測したときの周波数スペクトラムは、図 3.2(a)のようになる。ここでは、この周波数スペクトラム成分を使用して図 3.1 に示した時間領域波形が再現できるかを調べると、図 3.2(b)のようになる。

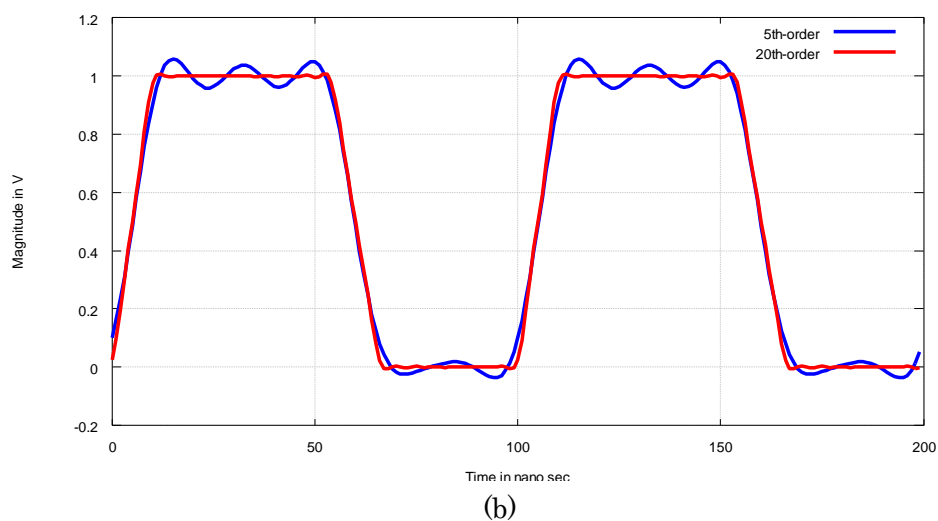
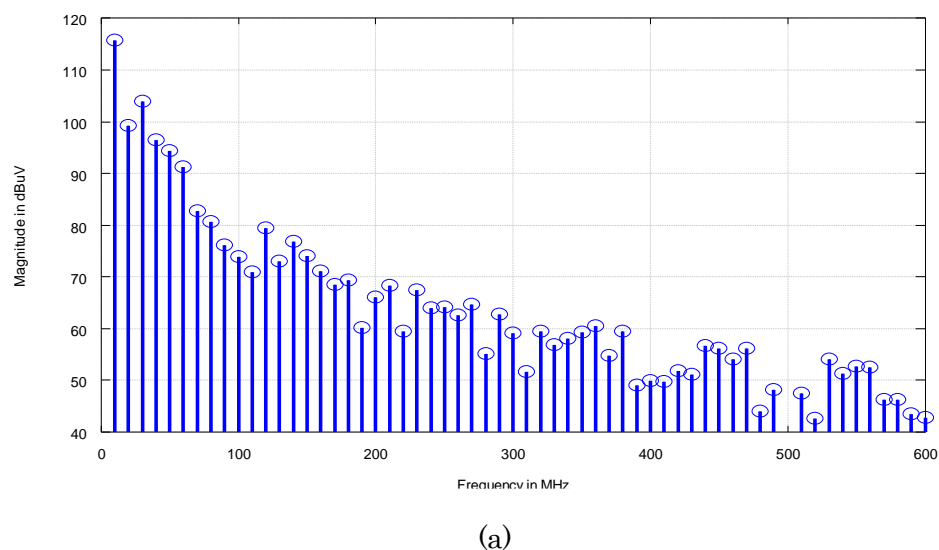


図 3.2 図 3.1 での波形の周波数スペクトル(a)と再現波形(b)

図 3.2(a)においては、非常に多くの周波数スペクトル(高次高調波)成分が存在していることを示している。この周波数のうち、低次の周波数成分から 5 番目の周波数成分(第 5 次高調波)までを重ね合わせて再現したものが図 3.2(b)の青い線の再現波形である。20 番目の周波数成分(第 20 次高調波)までで再現したものが図 3.2(b)の赤い線での再現波形である。このように図 3.1 の波形が正弦波の集合で再現できることになる。このことは、どのような波形でも**正弦波が基本**になっていることを意味している[注13]。

正弦波の身近な代表例が 100 ボルト(V)の日本東地域では 50 ヘルツ(Hz)、西地域では 60 Hz の商用電源である。50 Hz の電圧波形の例を図 3.3 に示す。この波形から分かるように時間変化する電圧・電流は直流のときとは異なり「**波**」であり、直流で定義された電圧・電流は交流の場合でも同じように使用できるかが問題となる。次の波形はオシロスコープで観測される例である。

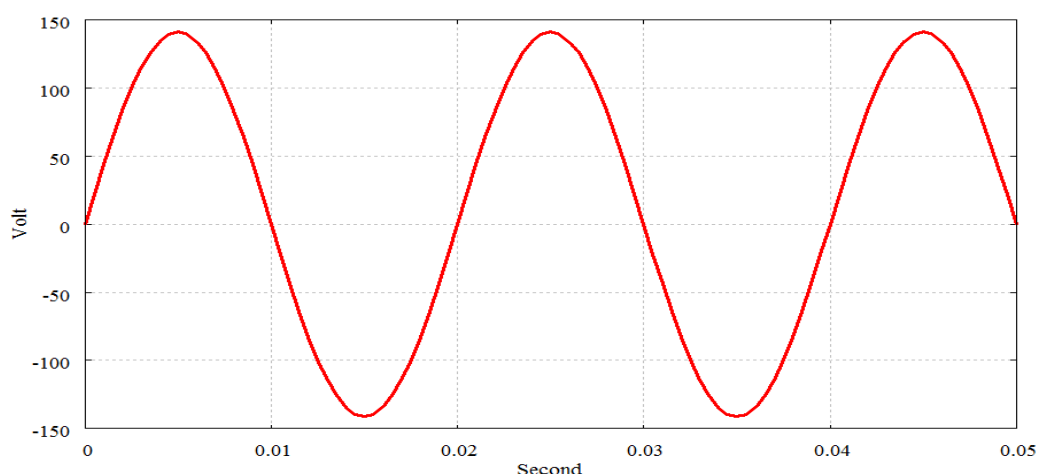


図 3.3 50Hz の商用電源電圧波形の例

この波は $T=0.02$ 秒で繰り返しており(これを周期という)、1 秒間にこの周期が何回繰り返されるが周波数 $f=1/T$ [Hz]である。この例では $f=1/T=50$ となり、周波数が 50 Hz であることが確認できる。電気分野では角周波数 $\omega=2\pi f$ のパラメータがよく使用される[注14]。電圧 100 V の意味は**実効値**と呼ばれる表示法である。図の正弦波の**最大値(振幅)**は 141 V である。この関係は

$$[\text{最大値}] = \sqrt{2}[\text{実効値}] = 1.41[\text{実効値}] \Rightarrow V_m = \sqrt{2} V_e$$

である。

[実効値]とは、等価な直流値となる値のことを意味しており、一般には2乗平均値rms (root mean square) と呼ばれる計算値である[注15]。正弦波以外の波形のときには、 $\sqrt{2}$ の関係にはないので注意が必要であり、その場合は2乗平均値で求める必要がある。

注13 正弦(sin)波と言いながら余弦(cos)で表現したりする。これは $\cos(x-90^\circ) = \sin(x)$ であるので、基本的には軸(位相)がずれているだけで同じである。

注14 正弦波電圧の表記は $v(t) = V_m \sin 2\pi ft = V_m \sin \omega t$ である。

注15 2乗平均値(rms)とは、波形を $v(t)$ とすれば、 $V_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$ で定義される。

静電磁界で定義された直流での電圧・電流は、交流回路においても使用できるかを考える。ここでは抵抗を流れる電圧・電流の関係から取り上げる。オームの法則から

$$V = RI$$

の関係にあった。正弦波電流が抵抗に流れたとき、抵抗の端子電圧はオームの法則に従うか、という問題である。

3.2 交流での抵抗の動作

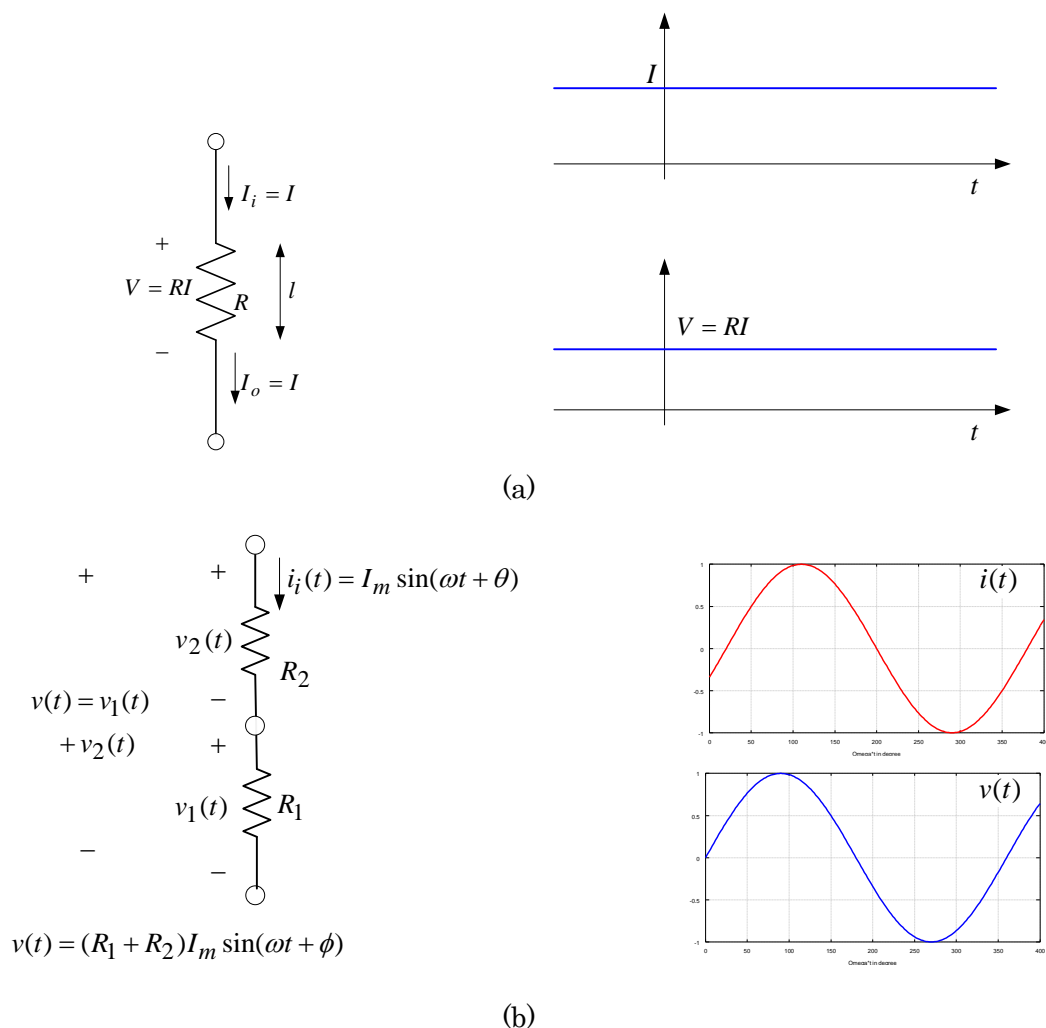
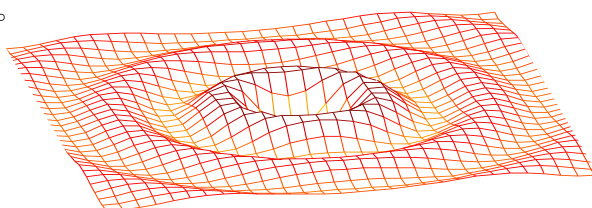


図 3.4 抵抗を流れる電流と電圧：直流回路(a)と交流回路(b)

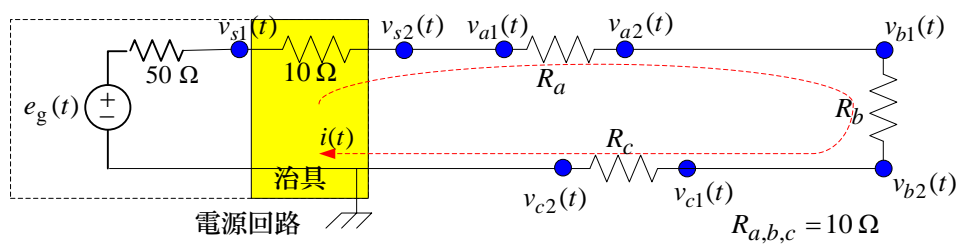
図 3.4(a)の直流回路では、抵抗に流れ込む電流は時間変化しないので、大きさが変わることなく同じ電流が流れ出てくる。これに対し、図 3.4(b)の交流回路では、抵抗に流れ込む電流は時間変化する正弦波であり、これは抵抗のなかを波として伝搬している。

参考：

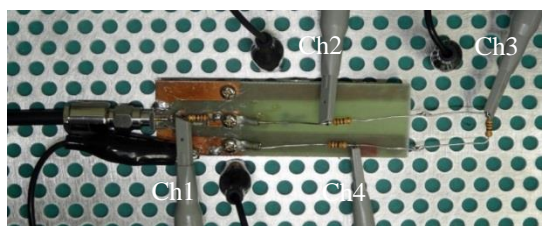
右図は、池に石を投げ入れたときの波紋の例



課題 2 : 図のようにリード線の長い抵抗 n 個を直列接続したとき、オームの法則は成立しないのか？

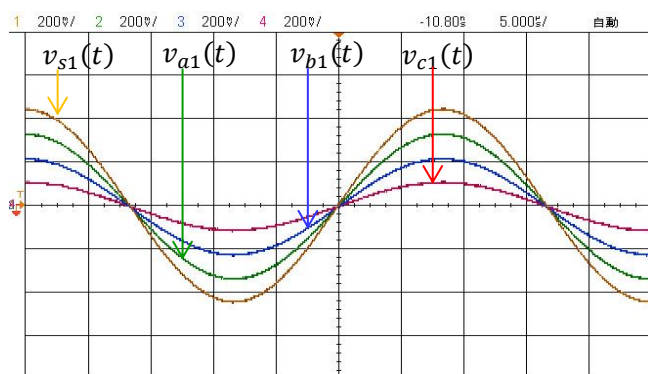


(a)

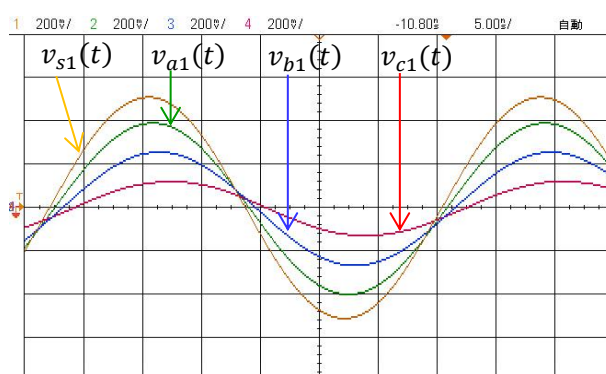


Ch1 = v_{s1} , Ch2 = v_{a1} ,
Ch3 = v_{b1} , Ch4 = v_{c1}

(b)



(c) 30kHz



(d) 30MHz

課題 2 : 抵抗を直列接続したモデル : 実験結果

実験においては、電圧プローブの位置を変化して観測すると、抵抗の端子であるにも関わらず異なる観測波形となることを確認せよ。

集中定数素子

抵抗の長さを l とすれば、抵抗を伝搬する時間 τ は、波が伝搬する速度を v_0 とすれば、 $\tau = l/v_0$ となる。したがって、この時間だけの遅れがあることになる。図 3.4(b)の右側に示した波形を並べて示すと、次の図 3.5 ようになる。

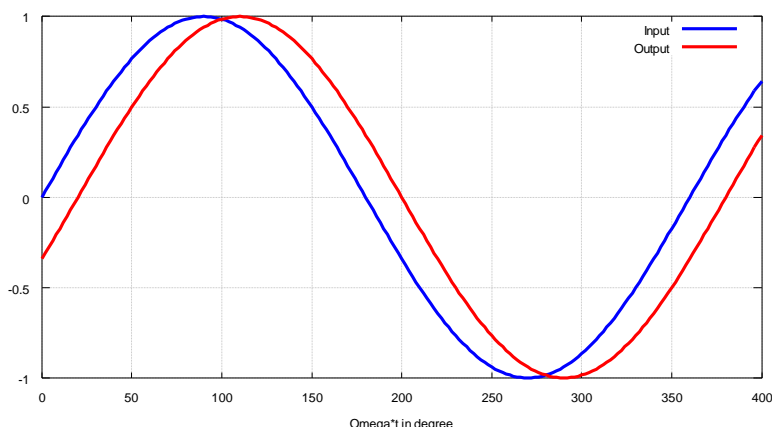


図 3.5 有限長抵抗に入り込む正弦波電流波形と出ていく正弦波電流波形の例

図 3.5 に示すように、抵抗に入り込む電流波形(青)と出ていく電流波形(赤)は時間遅れがあるので、右側にずれた波形となる。この状態を**位相**が遅れていると称する。『**波動である二つの正弦波が等しいときは、位相も等しい**』ことが必要である。交流回路の電圧・電流が直流の場合と同じように使えるためには、位相差が零となることであり、素子長が短いことが必要である。ここでは素子長の表現を用いているが、さらに抵抗素子の両端に付いているリード線の長さも位相に関係することになる。

このように、交流回路では素子の大きさ(長さ)が重要であることが分かった。

$$[\text{遅れ時間}] = [\text{素子長}] \div [\text{伝搬速度}] \quad \Rightarrow \quad \tau = l/v$$

である。波の伝搬速度と周波数との間には

$$[\text{伝搬速度}] = [\text{周波数}] \times [\text{波長}] \quad \Rightarrow \quad v = f\lambda$$

の関係があり、空気中を伝搬するときの伝搬速度は $v_{\text{air}} \approx 3 \times 10^8 \text{ (m/sec)}$ である。したがって遅れは、

$$\begin{aligned} [\text{遅れ時間}] &= \{1 \div [\text{周波数}]\} \{[\text{素子長}] \div [\text{波長}]\} \quad \Rightarrow \quad \tau = (1/f)(l/\lambda) \\ &= \{\text{周期}\} \{[\text{素子長}] \div [\text{波長}]\} \quad \Rightarrow \quad \tau = (T)(l/\lambda) \end{aligned}$$

の関係となる。上式の $\{[\text{素子長}] \div [\text{波長}]\}$ は、物理長(素子長)を波長で除すことで無次元の数とし、一般的な大きさを波長の尺度で表現する手法になる。『直流と同じ電圧と電流が近似できるか』は $\tau \approx 0$ と近似できるかであり、 $l/\lambda \ll 1$ と近似できるかが条件になる。この条件の究極な状況は $l/\lambda = 0$ 、すなわち点となった素子であるので、このような条件下で使用する素子を**集中定数素子**という。

線路長が異なると、位相が変化する。すなわち同じ時刻でも電圧(または電流)の大きさが変化する。これ
を示しているのが図 3.6 である。図 3.6 の x 軸は時刻に対応しており、 y 軸は長さ方向の位置に対応し、
 z 軸が電圧(電流)の大きさを表している。 y 軸上の任意点(長さ方向の観測場所)をとったとき、 x 軸方向で
表現した刻一刻の変化は図中の(a)と(b)に示すような波となっている。また、 x 軸上の観測時刻を固定して
て y 軸の観測場所を変えると、図中の(c)と(d)に示すようにこれも波となっている。これを 3 次元的に示
したものが図 3.6 の左下の図である。

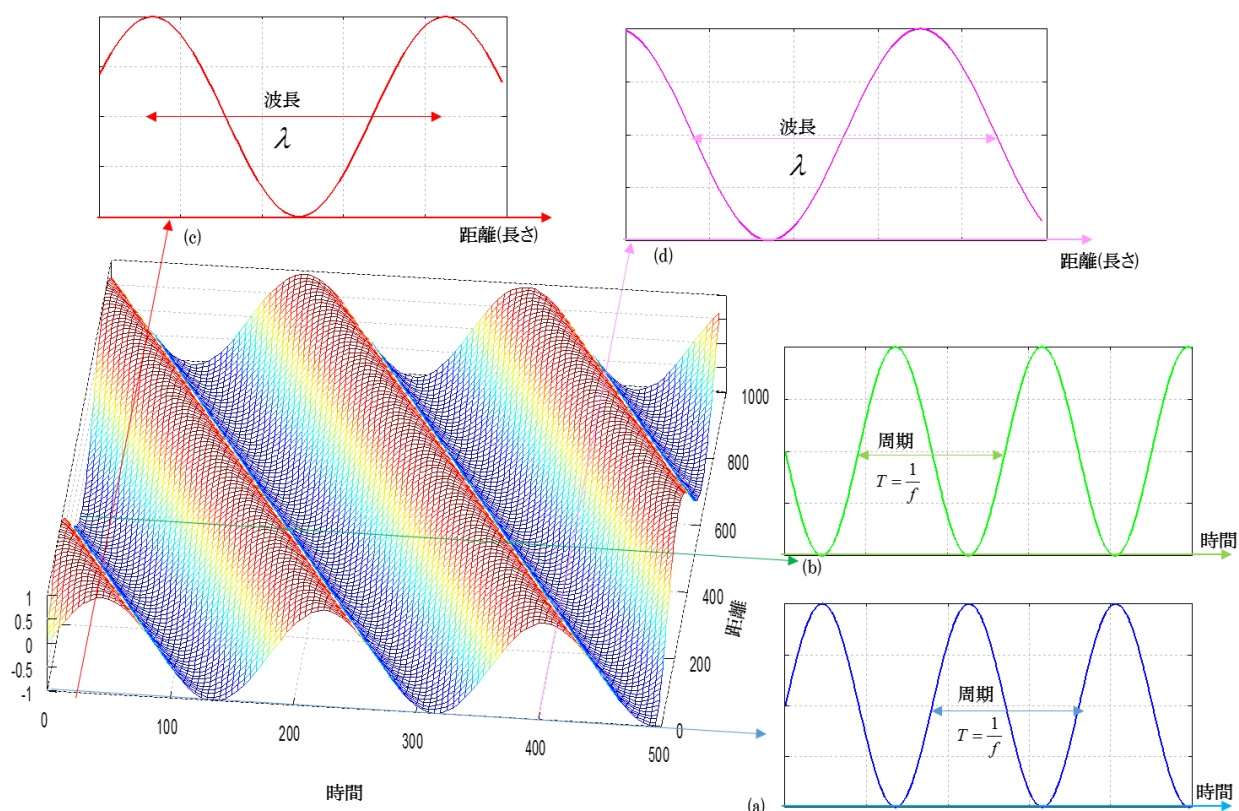


図 3.6 正弦波の時刻と長さ方向の位置の違いによる波形

このように交流を扱うことは波(波動)を扱うことと同等であることが分かる。図 3.6(a)と(b)に示した横軸
が時間であるときの時間領域では、周期 T が周波数 f の逆数に対応し、図 3.6(c)と(d)に示した横軸が場
所(長さ)のときの周期は波長 λ になる。

【注】課題 2 においては、測定波長は 30 MHz で 10 m である。リード線を含めた抵抗の全長は約 5 cm
であるので、 $l/\lambda = 0.005$ と非常に小さい。何故、測定電圧はプローブの位置によって異なるのか。その
理由は後述の回路素子が示す現象から理解できる。

3.3 交流でのキャパシタの動作

次に、キャパシタを考える。キャパシタは静電界において、電極間に与えた電荷と電極端子間の電圧との関係で定義され、

$$[\text{電荷}] = [\text{キャパシタンス(容量)}] \times [\text{電圧}] \Rightarrow Q = CV$$

である。交流では時間変化する場合であるので、電圧が時間変化する場合は考えればよい。電流は電荷の時間変化率であることを思い出すと次のようになる。

$$[\text{時間変化の電流}] = [\text{キャパシタンス}] \times [\text{電圧の時間変化率}] \Rightarrow \frac{dQ(t)}{dt} = i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

この関係式は、キャパシタの基本式である。

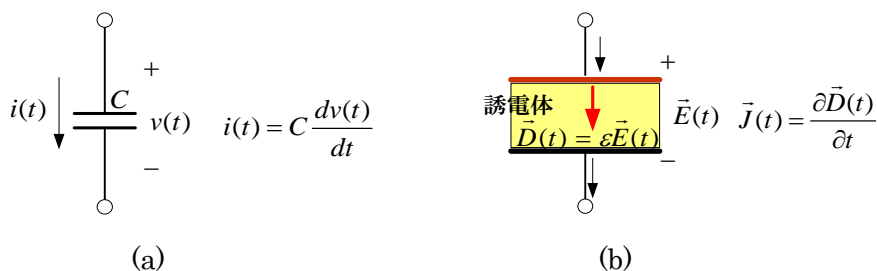
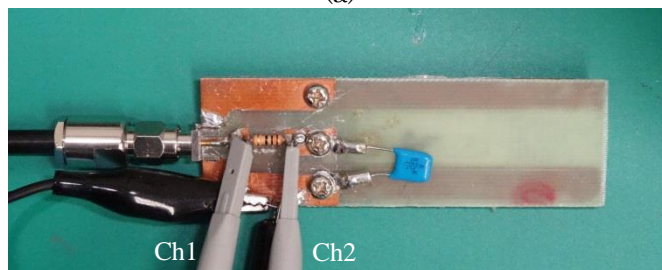
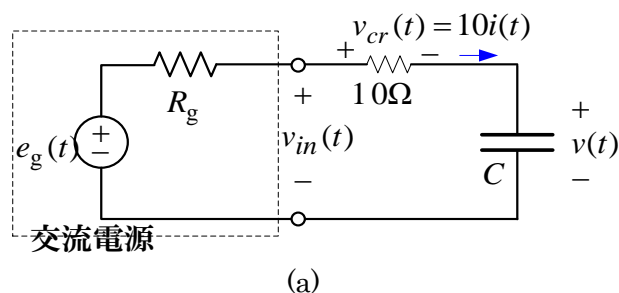


図 3.7 時間変化する電圧とキャパシタ電流：電気回路的表現(a)と電磁気学的表現(b)

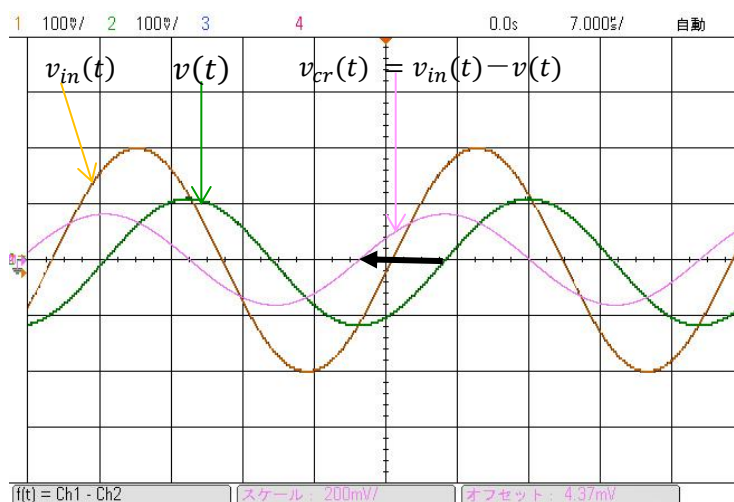
キャパシタを流れる電流は、導体を流れる電流(導電電流)とは異なり、キャパシタ電極間の端子電圧がキャパシタ間に挟まれた誘電体媒質の電界を時間変化させていることで発生する電流である。この電流は『変位電流』と呼ばれている。

キャパシタに交流電圧源を接続したとき、キャパシタに流れる電流を図 3.8 の回路での電圧を測定することで調べる。(図 3.8 においては、抵抗 10Ω の端子電圧から電流(=端子電圧/抵抗値)を求めることに対応させている。)



(注：C \cong 820nF)

(b)



(c)

図 3.8 正弦波交流電圧をキャパシタに加えたときの電流測定:

回路(a)、キャパシタと抵抗の実際の素子(b)、観測波形(c)

【注】: 測定に用いたオシロスコープは v_{cr} を直接測定することはできないので、

$v_{cr} = v_{in}(t) - v(t)$ を計算から求めている。

図 3.8(b)に示すように、キャパシタと $10\ \Omega$ の抵抗とを直列接続し、抵抗の端子とキャパシタの端子の電圧を測定している。図 3.8(c)のオシロスコープの薄紫色の波形が $v_{cr}(t)$ であり、これがキャパシタを流れる電流に対応している。キャパシタの端子電圧 $v(t)$ はグリーンである。さらに、キャパシタの電流と電圧の位相関係を次の例で示す。図 3.9 は青がキャパシタの電圧波形、赤が電流波形を示している。これが図 3.8(c)での両波形の関係である。

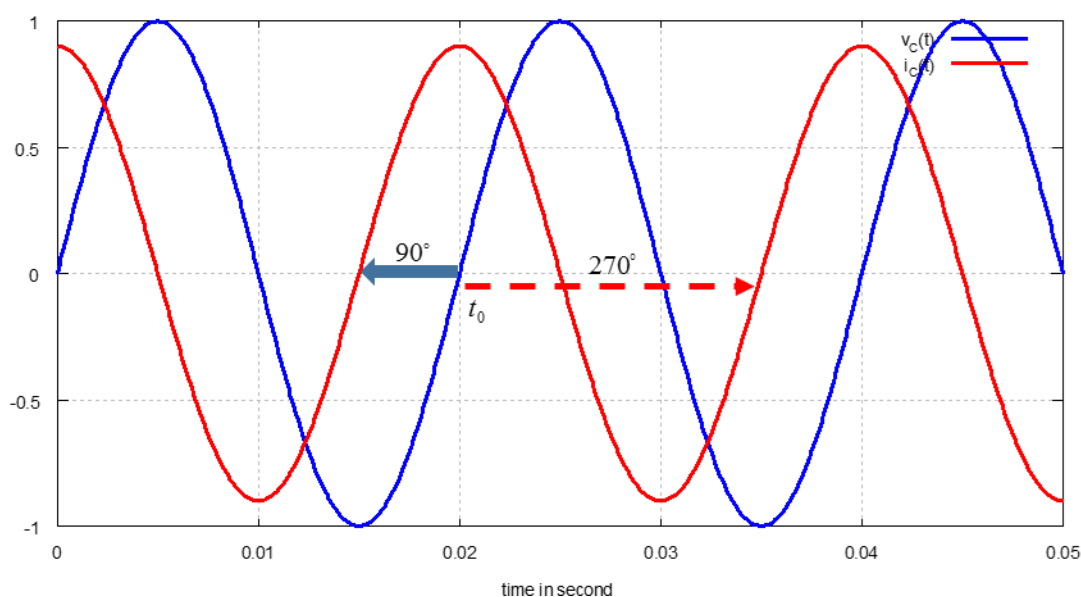


図 3.9 50 Hz 正弦波電圧(青線)をキャパシタに加えたときの電流波形(赤線)の例

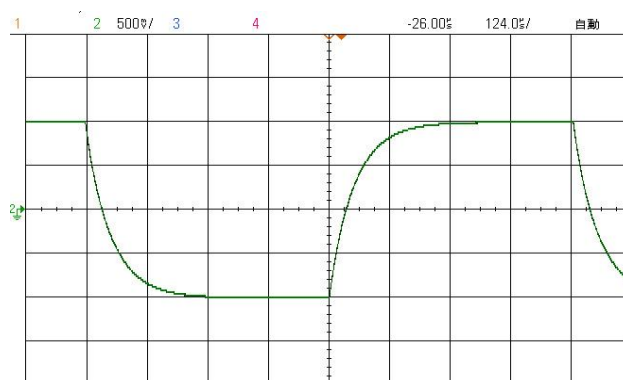
オシロスコープで正弦波信号を観測するとき、横軸は時間軸である。正弦波の1周期 T は周波数 f の逆

数($T=1/f$)であるが、周波数に関係なく正弦波の1周期は角度で 360° であり、半周期が 180° 、1/4周期が 90° ということになる。ふたつの同じ周波数の正弦波の周期が重なり合うとき、**同相**であるといい、 180° ずれているとき、**逆相**であると言う。

図 3.9 の両波形において、例えば、青線のキャパシタの電圧を基準にとるために、時刻 $t=t_0$ で電圧が零から正に立ち上っていく時を考える。同じ零から正に立ち上る電流波形は、位相で 90° 前方にあり、 270° 後方にある。位相の進み・遅れは小さい方を取り、キャパシタでは『電流は電圧より位相が 90° 進んでいる』ということになる。

参考：積分波形

キャパシタは電荷を蓄える素子である。キャパシタに電荷が蓄えられていく状況は、電流が入り込んでいく過程であり、それにとまってキャパシタの端子電圧が上昇することを意味している。すなわち電流を積分していく過程になる。例えば、キャパシタにパルス電流が流れ込んでいるとき、キャパシタの電圧変化は積分波形と呼ばれるものになる。このことから図 3.8(a)の C と R からなる回路は CR 積分回路と呼ばれる。電源を正弦波ではなく矩形パルスに変更したときの応答波形は次図のようになり、通常これを積分波形という。



参考：キャパシタの積分波形

.....

静電界の場合に述べた図 2.3 のような複数導体があるときの時間変化モデルを考える。図 2.3 において時間変化モデルを考えることは、電荷が時間変化することである。すなわち電流を与えることになる。この電流も時間変化しているときを考えるモデルとなる。

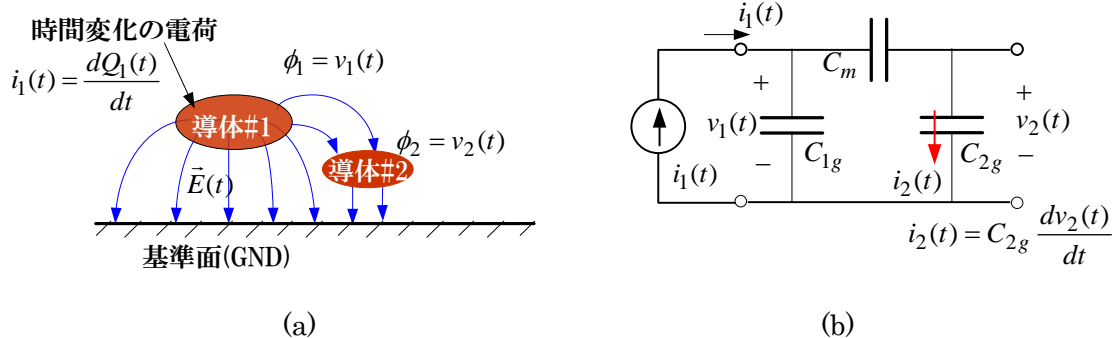
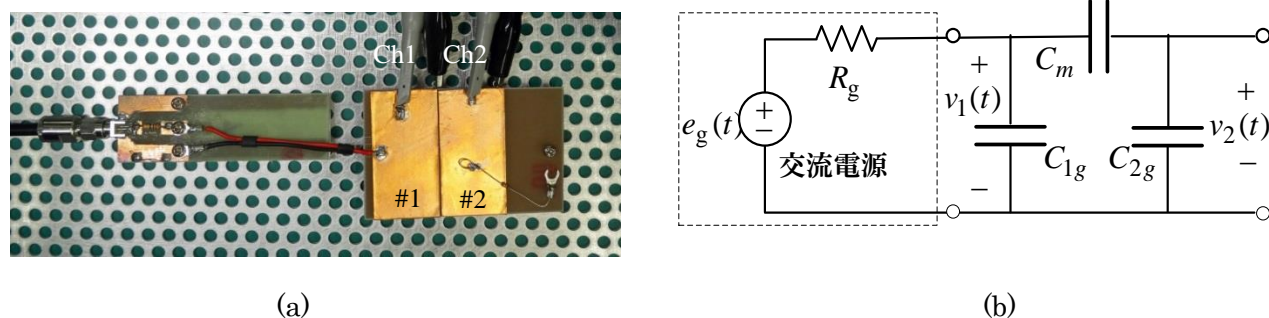


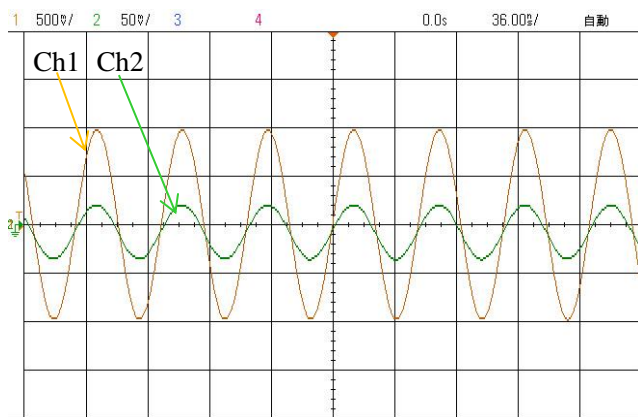
図 3.10 基準面からある高さの位置にある 2 導体の一方に時間変化する電荷を与えたモデル：
電磁界的表現(a)と回路的な表現(b)

図 3.10(a)においては、導体#1 に時間変化する電荷、すなわち時間変化する電流 $i_1(t)$ を与えると、発生している電界も時間変化しているので、結果として各導体の電圧も時間変化している。したがって導体 #2 が基準面に作る自己キャパシタンス C_{2g} には時間変化する電圧 $v_2(t)$ が加わっているの、電流が流れることになる。この現象は電磁気学的な立場からは、導体#2 の回路(被妨害回路)が、妨害回路で発生している時間変化する電界によって妨害を受ける現象であるので『電界結合』という。電気回路的な立場からは相互キャパシタンスによって発生するものであるので、『キャパシティブ結合、容量性結合、C 結合』などと呼ばれている。電界(容量性)結合では、被妨害回路に『電流が誘導される現象』である。言葉を換えれば、被妨害回路では『電流源』で表現できることになる。

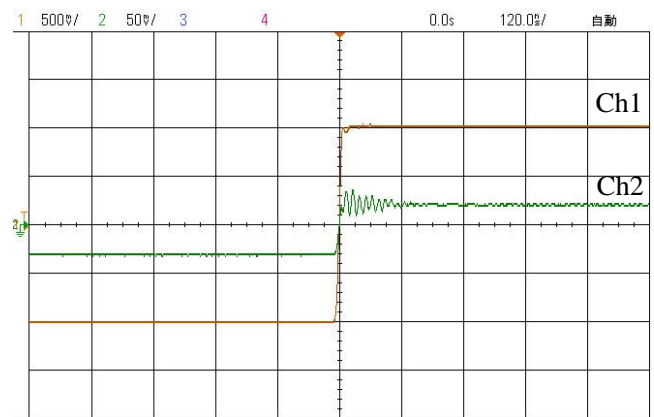
図 3.11 は両面基板を用いて、図 3.10 のモデルを作成したものである。(a)は両面基板の一方に近接する四角形領域(パッチ)を作ったものを示している。(b)はその等価回路表現と電源回路である。ここでは電流源を電圧源で代用している[注¹⁶]。



注¹⁶ 電源の表示には電圧源と電流源がある。その間には等価電源の定理で相互に置き換えが可能である。
(詳細は付録参照)



(c)



(d)

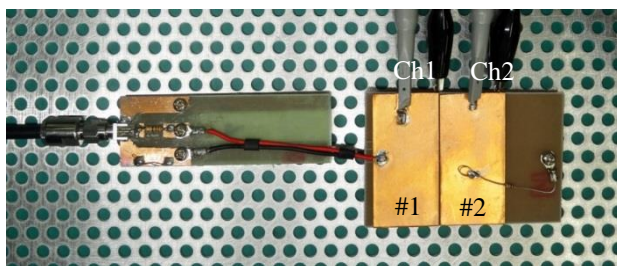
図 3.11 隣接する導体への結合モデル：2 個の隣接する導体板(a)、回路表現(b)、
正弦波電源での電圧測定結果(c)、ステップ電圧源での電圧測定結果(d)

【注】Ch1(オレンジ色)は $v_1(t)$ を、Ch2(緑色)は $v_2(t)$ を示している。

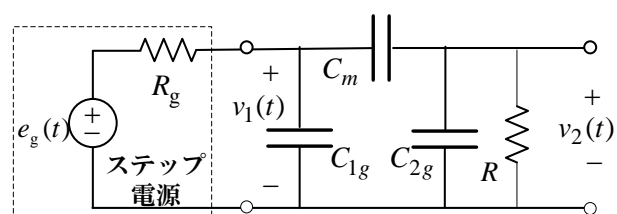
図 3.11(c)は正弦波電源のときであり、入力電圧 $v_1(t)$ と出力電圧 $v_2(t)$ とは、大きさは異なるが位相は同じ(同相)であることが理解できる。同図(d)は、ステップ電圧源での観測結果であり、時間が経過したときは一定の値になることを示している。これは直流電圧を加えたときの電圧に対応している。

【注】図 3.11(d)でのステップ応答電圧 $v_2(t)$ は振動波形となっている。この現象はリングングと呼ばれるものである。

図 3.12 では、図 3.11 のパッチの間に指を置いたときの効果と、パッチ#2 とグラウンド面間に抵抗を挿入したときの現象を観測している。



(a)



Ch1 = $v_1(t)$, Ch2 = $v_2(t)$

(b)

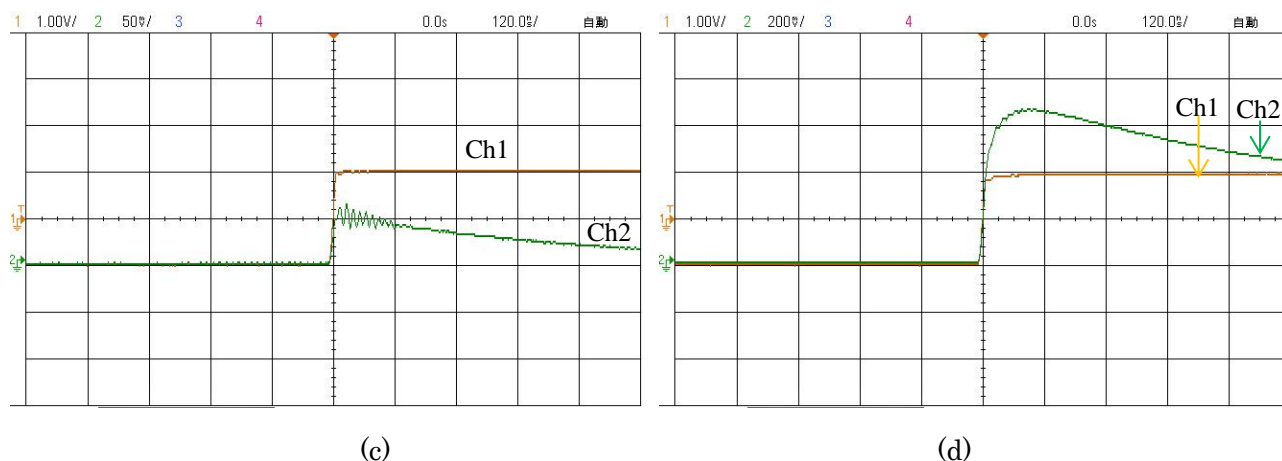


図 3.12 誘電体の効果例(この実験では抵抗($R \approx 10 \text{ k}\Omega$)を挿入してあることに注意)

Ch1(オレンジ色)が $v_1(t)$ 、Ch2(緑色)が $v_2(t)$

(c)は抵抗による放電、(d)指を置いたときの応答波形

このとき指の影響で誘導電圧 $v_2(t)$ が大きく増えている。これは指が誘電体であり、誘電体誘電率 ($\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$)[注17]によって電束密度($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$)が大きくなり、相互キャパシタンスが大きくなった結果である。すなわちキャパシタを構成する導体間に大きな誘電率の誘電体を挿入すると、キャパシタンスは大きくなる。感電の危険性がないのであれば、指を入れることは電界結合(容量性結合)が発生しているかを調べる手段にもなる。

このモデルでは図 3.12(b)に示すように C_{2g} と並列に抵抗が挿入されている。 $v_2(t)$ は、図 3.11(d)のように時間経過とともに一定値にならず、零に近づいていく特性を示している。これは、図 3.11 のモデルでは C_{2g} に電荷が蓄積されて一定値の電圧を保持している現象になっているのに対し、このモデルでは電荷が蓄積される前に抵抗を通してグラウンド面に流れ出してしまう(これを放電という)ことによる。

3.4 交流でのインダクタの動作

インダクタのインダクタンスは、閉回路(ループ、コイル)に直流電流を流したとき、電流が作る静磁界がループ面を鎖交している磁束との関係で与えられた。このとき電圧と電流でインダクタの動作を示唆するものは含まれていないので直流あるいは静磁界の関係式から時間変化する電流に関する式は導出されない。時間変化する現象に関してはファラデーの法則あるいはファラデーの誘導則で説明される。

コイルを鎖交する磁束が時間変化するとき、コイルには電圧が発生する現象が表れる。この現象が電磁誘導である。この現象はファラデーによって発見され、「コイルを鎖交する磁束が時間変化するとき、コイルに逆起電力が発生する」とするものである。この誘導起電力に対し、「電磁誘導によって発生する誘導電流は電磁誘導を起こす原因となる作用を妨げる方向に生じる」とする表現がレンツの法則である。

注17 $\epsilon_0 \approx 1/(36\pi) \times 10^{-9} (\text{F/m})$ は真空中の誘電率、 ϵ_r を比誘電率という。PCB のようにガラスエポキシと空気のような複合誘電体では等価的な比誘電率を実効(比)誘電率として取り扱う。

さらにノイマンが磁束の時間変化と誘導起電力の関係を定量的に明らかにした。図中の式に示すように、マイナス符号を付けて「**鎖交磁束の時間変化**によって逆起電力 $u(t)$ が発生する」という。これをファラデーの(電磁誘導の)法則という。図 3.13 はコイルに時間変化する電流を流したときのモデルである。

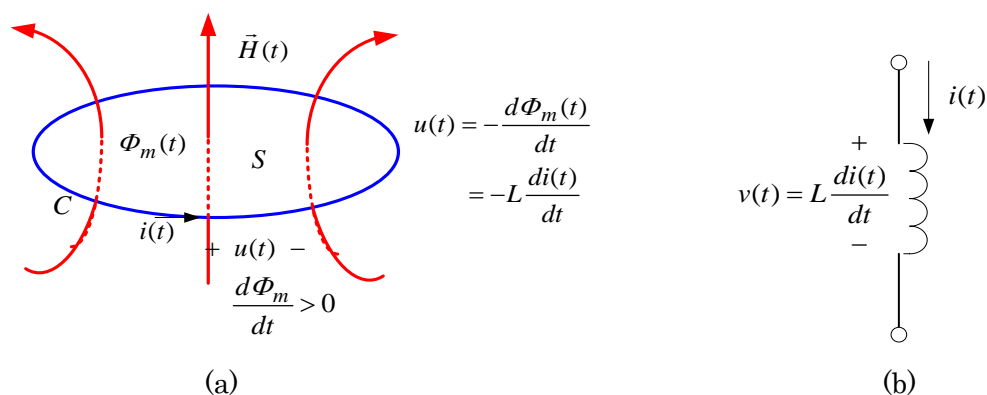


図 3.13 コイルに時間変化する電流を流したときのファラデーの法則：

電磁気学的表現(a)と電気回路的表現(b)

(注：電気回路の電圧 $v(t)$ と電磁気学の逆起電力 $u(t)$ とは逆符号の関係にある。)

インダクタに正弦波交流電流を流したとき、インダクタの端子に発生している電圧を観測するモデルを考える。電流測定は 10Ω 抵抗の端子電圧を測定することから行う。

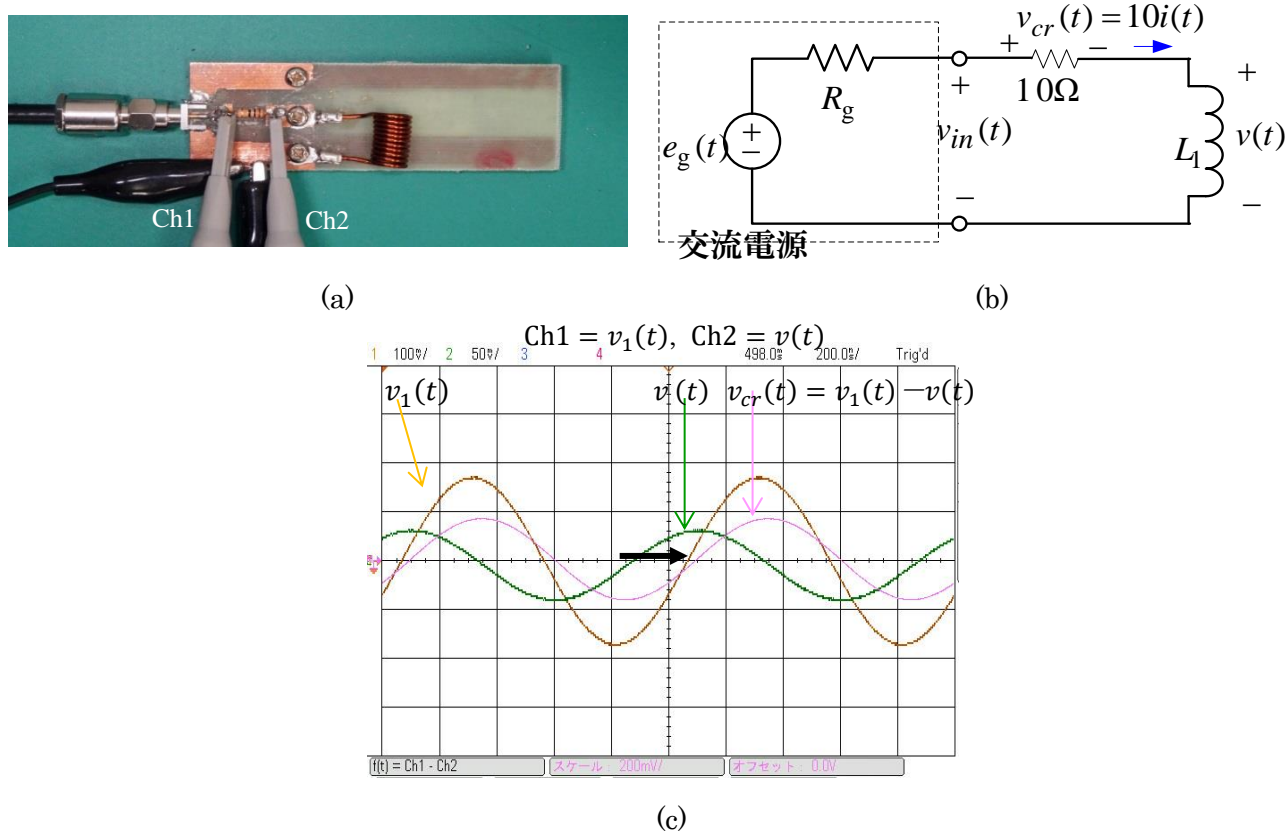
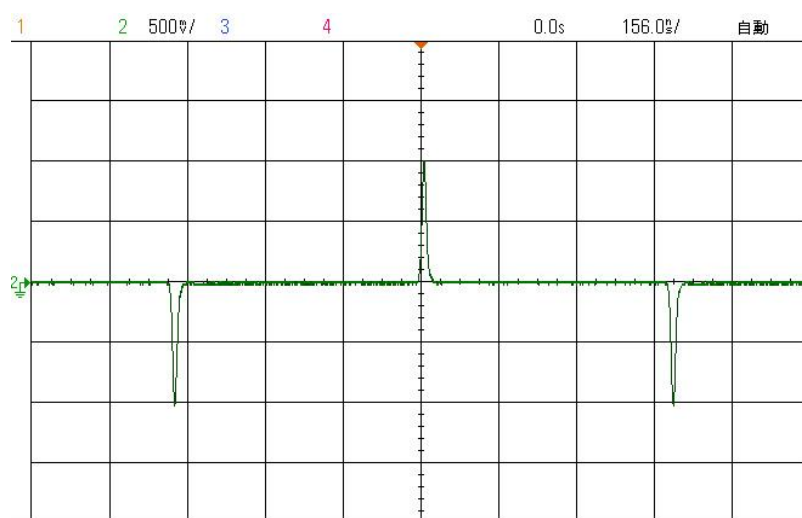


図 3.14 正弦波電流(薄紫色)をインダクタに流したときの電圧波形(緑色)

【注】使用したオシロスコープでは、Ch 1 (オレンジ色)の $v_{in}(t)$ と Ch2(緑色) $v(t)$ を測定し、その差を計算して $v_{cr}(t) = v_{in}(t) - v(t)$ (薄紫色)を求めている。

図 3.14(c)に示す観測波形は緑色がインダクタの端子電圧であり、薄紫色が電流に対応する抵抗の端子電圧である。この波形から『インダクタでは、電圧の方が電流より位相が 90° 進んでいる』ことがわかる。この性質は、キャパシタの場合とは逆になっている。

参考：インダクタに時間変化する電流を加えると、電流の時間微分に対応する電圧が発生する。インダクタに矩形パルス電圧(等価的な電流源)を加えると、次に示すような電圧が発生する。このような波形を微分波形という。



インダクタに矩形パルス電圧を加えたときの微分波形

課題 3 2 個のコイルが近くにあるとき、一方のコイルに正弦波電圧を加えると、他方のコイルに電圧が発生する。このときも線は接続されていないのに何故電圧が観測されるのか、コイルの配置の仕方によって観測波形が異なるのは、何故か？

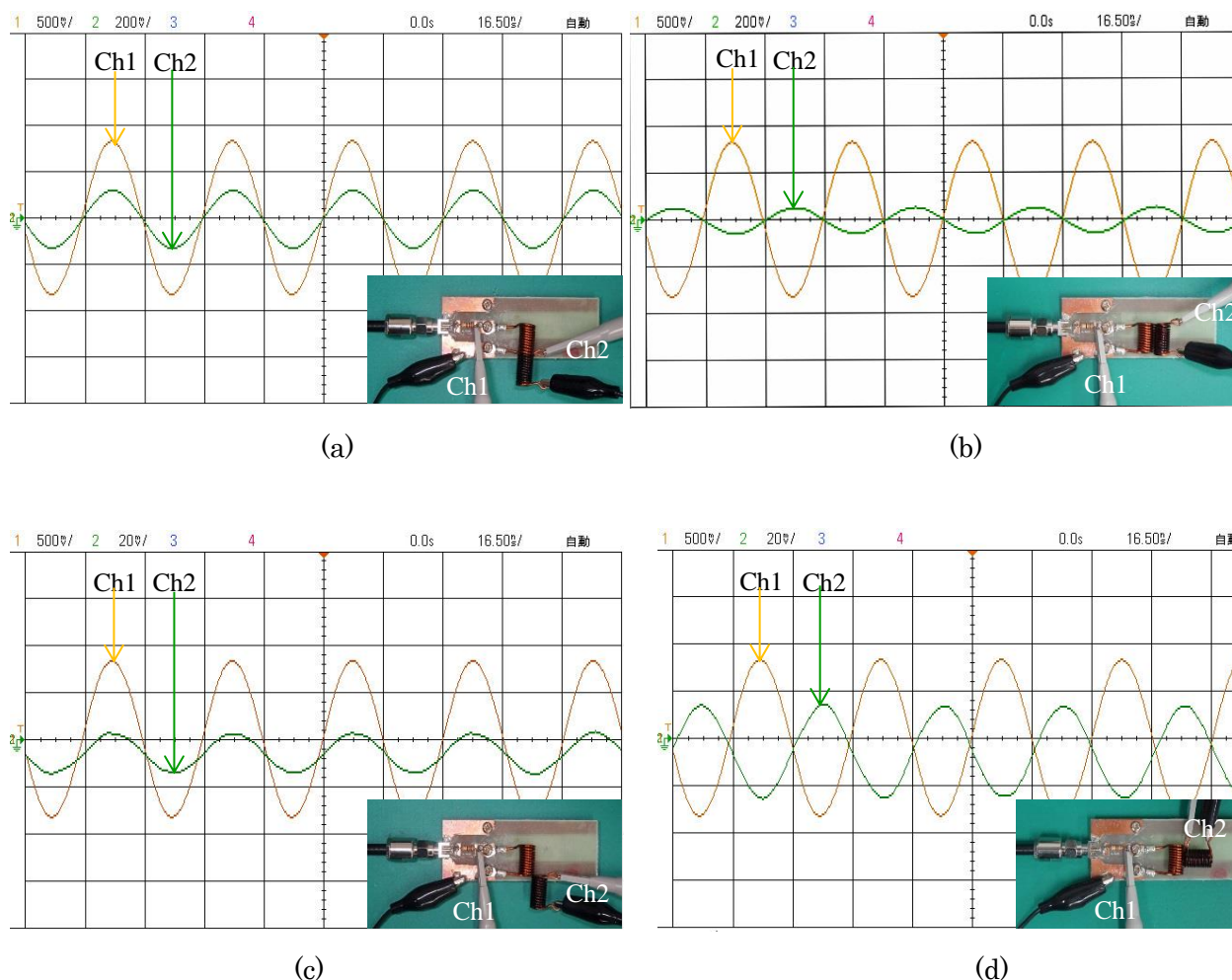


図 3.15 近くに置かれたインダクタ間の結合現象：

Ch1(オレンジ色)が 1 次側電圧であり、Ch2(緑色)が近接インダクタへの誘導電圧

この現象は、磁界による誘導である。インダクタに時間変化する電流が流れていると時間変化する磁界が発生し、この時間変化する磁界が近くに置かれた他のインダクタを鎖交するときにも、近くに置いたインダクタに電圧が発生することである。

この現象は図 3.16(a)に示すような磁界結合(鎖交磁束)モデルあり、電気回路的に表現すると(b)のような結合モデルとなる。

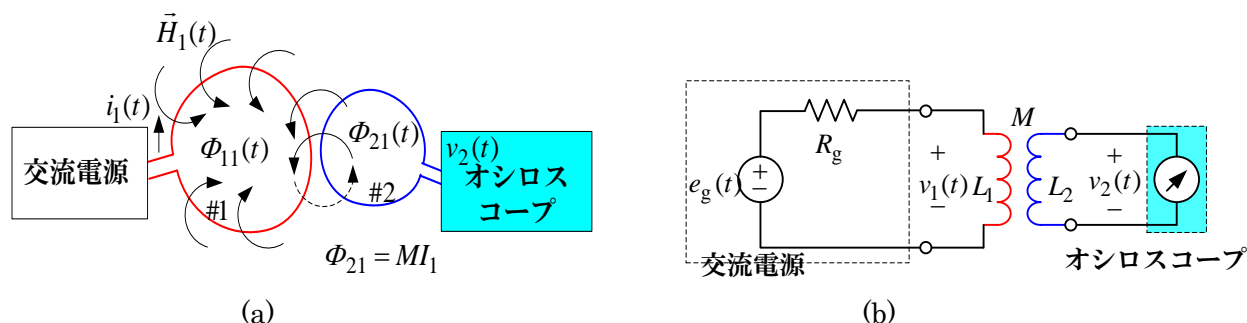


図 3.16 相互誘導モデル：磁界結合モデル(a)とインダクタンス結合モデル(b)

図 3.16(a)において#1 のインダクタに時間変化する正弦波電流が流れると、#2 のインダクタには時間変化する磁界成分の一部が鎖交する。この時間変化する鎖交磁束成分の時間変化率に比例する電圧が誘導され、この電圧をオシロスコープで観測している。このように時間変化する磁界で影響を及ぼす現象を**磁界結合**と呼ぶ。

図 3.16(b)は同じ現象を電気回路的に表現したものである。それぞれのインダクタがもっているインダクタンスを**自己インダクタンス**(L_1, L_2)という。他方のインダクタが作る磁界による鎖交磁束成分から定義されるインダクタンスを**相互インダクタンス**(M)と呼ぶ。このときの現象を電気回路的には**インダクタティブ(誘導性)結合**とか**L(M)性結合**と呼ぶ。

この現象を回路素子として構成するものが、相互誘導回路と変成器(トランス)である。このモデルを図 3.17 に示す。この例では、誘導電圧が(a)では同相であり、(b)では位相差が 180° (逆相)となっている。これは観測端子を入れ替えることで実現することもできるが、ここでは入れ子構造にしたコイルの巻き方を逆にするによって実現している。

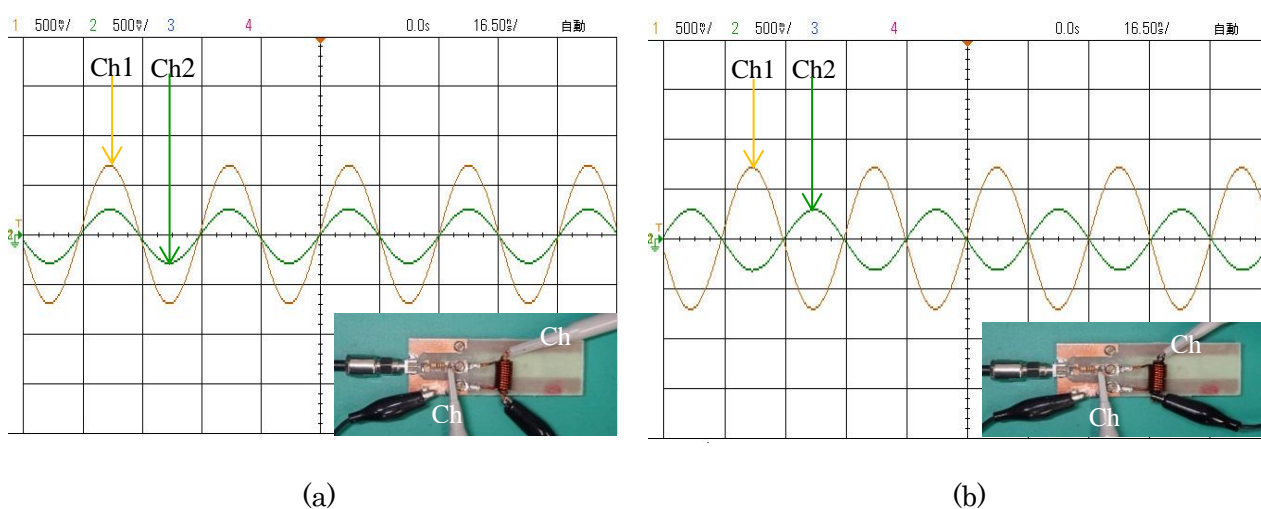


図 3.17 相互誘導回路の基本構成：同相となる例(a)と逆相となる例(b)

Ch1(オレンジ色)が 1 次側電圧であり、Ch2(緑色)が 2 次側インダクタへの誘導電圧

現実には、二つのコイルを重ね、そのコイルの中空部分に棒状のフェライトを入れたり、ドーナツ型の

フェライトにコイルを巻きつけた構造になっている。このとき、フェライトの働きは透磁率($\mu = \mu_r \mu_0$)によって磁束密度($\vec{B} = \mu \vec{H}$)を高くする働きをする物質である[注¹⁸]。

トランスは自己インダクタンスが非常に大きく、自己インダクタンスと相互インダクタンスが等しくなるようにした回路である。この結果、コイルの巻き数によって電圧や電流の大きさを変換できるが、電力を大きくすることではない。このような動作は直流には存在しない交流特有の性質である。

注¹⁸ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m) は真空中の透磁率、 μ_r は媒質の比透磁率である。磁石にくっつくものは μ_r が大きなものであり、銅やアルミなどは $\mu_r \approx 1$ である。

真空中を伝搬する光速 v_0 と真空の透磁率 μ_0 と誘電率 ϵ_0 の関係は、 $v_0 = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ である。測定から $v_0 \approx 2.997 \times 10^8$ (m/s) であり、 $\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m) と定義すると、 $\epsilon_0 \approx (1/36\pi)10^{-9}$ (F/m) となる。

3.5 隣接するコイルの配置によって鎖交磁束が違う

近接する 2 組のコイルによって、一方のコイルで発生する磁界が他方のコイルを鎖交する磁束は、コイルの相対的な配置によって異なる。以下の図 3.18 は図 3.15 での配置に対応するものである。

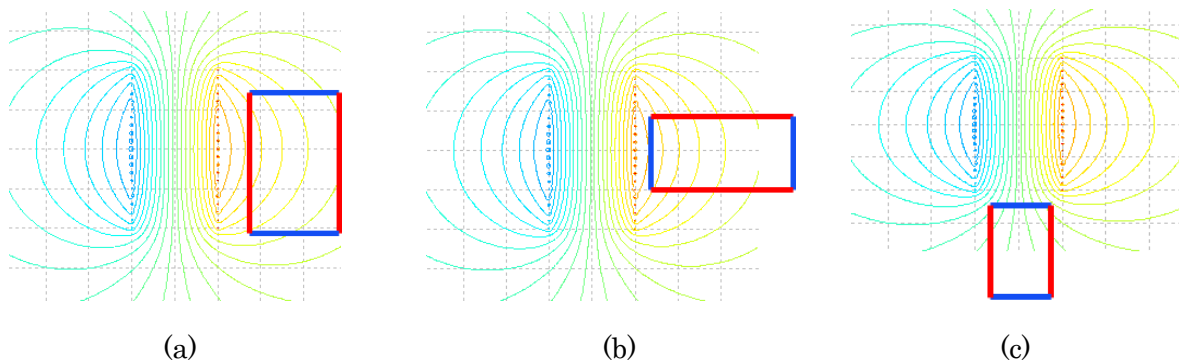


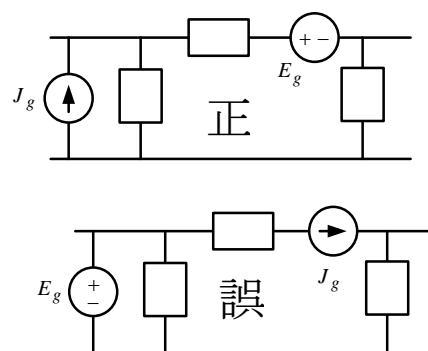
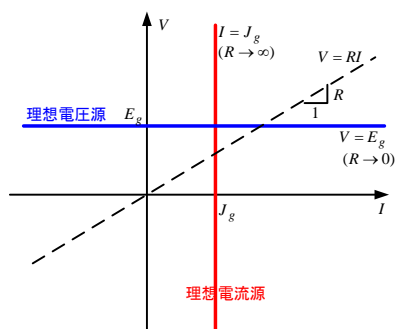
図 3.18 隣接するコイル間の配置と鎖交磁束の関係: コイル軸が並列(a)、直交(b)、同方向(c)
(隣接コイルを青(コイル面)と赤の矩形で表示)

図 3.18 は左側のコイルに電流を流した時、コイル近傍に発生する磁界を示している。ここではカラーの線に意味はなく、磁力線を示している。隣接しているコイルが青と赤の矩形で表現してあり、コイル面が青であり、この青の面を垂直に通過する磁界が大きいほど鎖交磁束は大きくなり、磁界結合が大きくなる。すなわち相互インダクタンスが大きくなることになる。図 3.18(a)と(c)の場合が、鎖交磁束成分が大きくなるのが理解でき、(b)においてはほとんど鎖交していないことが分かる。

以上のことから、『(時間変化する)磁界に起因する妨害現象は被妨害側では、電圧(源)として作用』することになる。

電界結合は被妨害側では、電流源として、磁界結合は電圧源として作用することを説明してきた。電流源と電圧源の意味は、理想的な電流源はあらゆる負荷に規定の(一定の)電流を、電圧源は電圧を保証する(供給できる)ものである。したがってこれを満足するためには、次の性質を有することになる：

- (1) オームの法則からみると、電流源は内部抵抗(インピーダンス) 無限大の、電圧源は零の素子と考えることができる。
- (2) 回路網に電源を挿入するときは、電流源は回路素子と並列、電圧源は直列に配置しなければならないことを意味している。



上述までの結果をまとめると、時間変化する電磁界と電圧電流との関係を次の図 3.19 のようにすることができる。

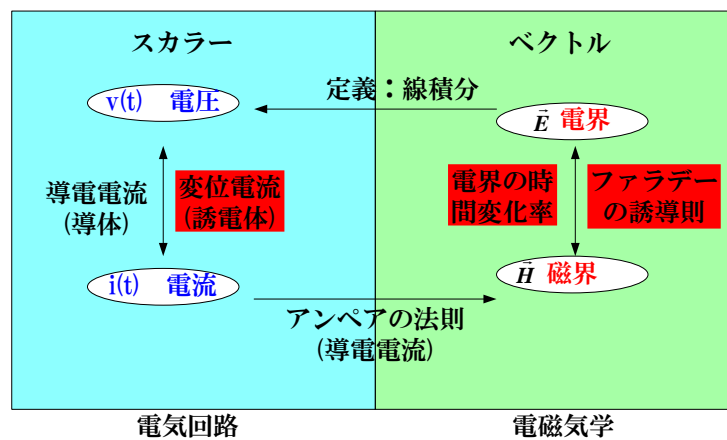


図 3.19 交流回路と交流電磁界の関係

交流の場合には、直流回路と静電磁界との関係にはなかった『ファラデーの誘導則』と『電界の時間変化率』による現象が入っている。ファラデーの誘導則を電気回路的にみるとコイル(インダクタ)に交流電流が流れるとコイルの端子間には電圧が発生することである。電界が時間的に変化することは、変位電流を意味し、実電流密度ベクトルと同じように磁界をつくる。これは電気回路的にはキャパシタを流れる交流電流となる。この電磁気学的な部分を定式化したものが**マクスウェルの方程式**であり、ある条件下の回路での現象(伝送線路現象)を取り上げたものが**(ヘビサイドの)電信方程式**である。

4. 交流での回路解析の手法

交流回路においては、振幅(大きさ、最大値)と位相が重要なファクターであることを述べた。基本的な電圧と電流は正弦波であり、いろんな波形であっても基本周波数の正弦波と基本波の整数倍の周波数(高次高調波)で構成されることを示した。回路素子では、抵抗での電圧と電流は同じ位相であるが、インダクタは正弦波電流が流れると 90° 位相が進んだ正弦波電圧が発生し、キャパシタでは正弦波電圧が加えられると 90° 位相が進んだ正弦波電流が流れる基本性質がある。

4.1 フェーザ法

交流回路では位相を含めた形で取り扱う手法が電気系で用いられている。それは直流回路の取り扱いを含めて全てのパラメータを複素数で表現するフェーザ法と呼ばれる複素表示法である。複素(ガウス)平面と呼ばれる面で電圧や電流を表現すると大きさも位相も表現できるからである。次の図は電圧と電流の関係を複素数表示で示したものである[注19]。

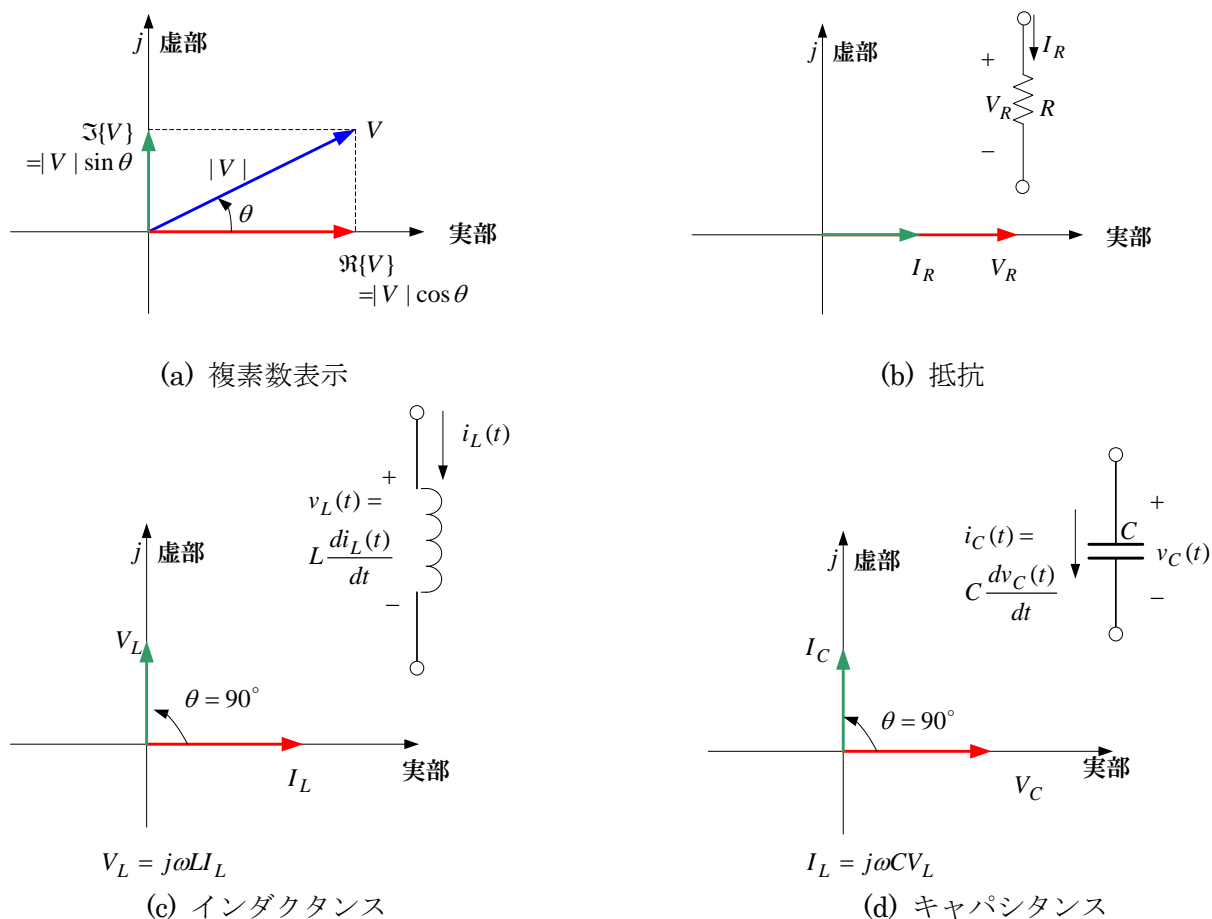


図 4.1 複素数表示と基本素子での電圧と電流の複素数表示

図 4.1(a)は電圧を複素平面で表現した場合である。位相が実軸からの偏り(偏角という)で表現されている。大きさは複素数の絶対値で与えている。

注19 電気系では虚数単位を $j(=\sqrt{-1})$ で表記している。

図4.1(b)は抵抗の例である。電流と電圧には位相遅れがない(同相である)ので、電流を実軸上に与えると、電圧も実軸上に存在する。(c)のインダクタンスの例においては、電流が流れると電圧が 90° 位相が進むので、電流を実軸にとれば、電圧は正の虚軸上に存在することになる。(d)のキャパシタンスでは、電圧を加えると電流の位相が 90° 進むので、電圧を実軸にとると電流は正の虚軸上に存在することになる。電流を基準にとれば電圧は 90° 位相が遅れることになる[注²⁰]。

【注】 フェーザ法(複素表示法)は大きさと位相を表現している。

【参考】 オイラーの関係式と複素平面

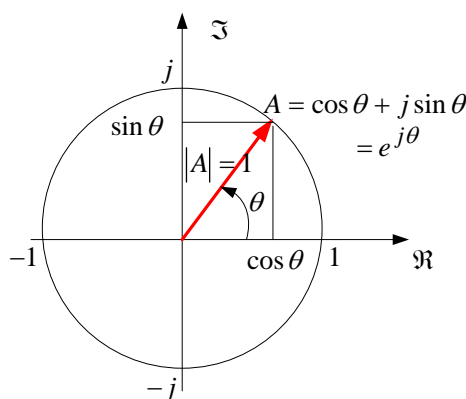
オイラーの関係式は、指数関数と三角関数を関係づけている式であり、偏角を θ とすれば、

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

で与えられる関係式である。この絶対値は

$$|e^{j\theta}| = \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = 1$$

と θ に関係なく 1 であるので、 $e^{j\theta}$ は θ が $0 \sim 360^\circ$ まで変化するときには大きさが 1 の円周(単位円)上を移動することになる。



これを正弦波信号の振る舞いに適用すると、大きさを別にすると、 $\theta = \omega t$ とすれば、 $e^{j\omega t}$ の実部は $\cos \omega t$ を、虚部は $\sin \omega t$ を表現しているおり、 $\theta = \omega t + \phi$ とすれば、 $e^{j(\omega t + \phi)}$ の実部は $\cos(\omega t + \phi)$ を、虚部は $\sin(\omega t + \phi)$ を表現していることになる。さらに指数関数を微分や積分しても元の指数関数は保持される性質がある。すなわち、

$$\frac{d(e^{j\omega t + \phi})}{dt} = j\omega(e^{j\omega t + \phi}), \quad \int e^{j(\omega t + \phi)} dt = \frac{1}{j\omega}(e^{j(\omega t + \phi)})$$

が成立し、(1) ωt や初期位相は変化しないで保持され、(2) 微分すると大きさが ω 倍され、積分すると $(1/\omega)$ 倍になることを示しており、(3) $j (= \sqrt{-1})$ の意味は、例えば、正の実軸上にあった成分を微分すると、正の虚軸上に、積分すると負の虚軸上に移動することを意味する。これらの性質を利用するのがフェー

注²⁰ インダクタンスの場合を考えると、正弦波電流 $i(t) = \sin \omega t$ のとき電圧は $v(t) = L d\{\sin \omega t\} / dt$ である。正弦波の時間微分をとると $\omega \cos \omega t = \omega \sin(\omega t + 90^\circ)$ であるので、 $v(t) = \omega L \sin(\omega t + 90^\circ)$ となる。位相が 90° 進むことが j を与えるので、複素数表示として $V = j\omega LI$ となる。

ザ法である。すなわち微分操作は $j\omega$ に、積分操作は $1/j\omega$ に対応させることで微分や積分を回避する手法である。

複素数表示での電圧 V と電流 I の関係をオームの法則と同じ形式で表現すると、

$$\text{抵抗では、 } V = RI = Z_R I \quad \Rightarrow \quad Z_R = R$$

$$\text{インダクタでは、 } V = j\omega LI = Z_L I \quad \Rightarrow \quad Z_L = j\omega L$$

$$\text{キャパシタンスでは、 } I = j\omega CV = Y_C V = (1/Z_C) V \quad \Rightarrow \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

となる。【注】フェーザ法では、電圧や電流を大文字で表記している。

上式の $V = ZI$ で表現した形式の $Z (= R + jX)$ は複素数である。これをインピーダンスといい、実部 R を抵抗（レジスタンス）、虚部 X をリアクタンスと呼ぶ。インピーダンスの逆数 $Y = 1/Z (= G + jB)$ をアドミッタンスといい、実部 G をコンダクタンス、虚部 B をサセプタンスと呼ぶ。

交流回路では、これらの組み合わせであるので、時間微分(逆は、積分である)をしないで代数計算で回路解析が行える利点がある。

例 抵抗とインダクタの直列回路

抵抗 R とインダクタンス L の直列回路に電流 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$ が流れているとする。抵抗の端子間電圧 $v_R(t)$ は、

$$v_R(t) = RI_m \cos(\omega t + \phi)$$

であり、インダクタの端子電圧 $v_L(t)$ は、

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -\omega LI_m \sin(\omega t + \phi) = \omega LI_m \cos(\omega t + \phi + 90^\circ)$$

この直列回路全体の電圧 $v(t) = v_R(t) + v_L(t)$ は、

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t)$$

$$= I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \left\{ \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos(\omega t + \phi) - \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t + \phi) \right\}$$

$$= I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cos(\omega t + \phi + \theta)$$

ここで、 $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ である。これをフェーザ法で求めると、

$$V = V_R + V_L = (R + j\omega L)I = \left\{ \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j\theta} \right\} I, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

ここで、 $Z = R + j\omega L$ がこの回路のインピーダンスであり、実部が抵抗、虚部をリアクタンスと呼ぶ。

実時間表示にするには、実時間表示の電流に大きさと位相を加えて、

$$v(t) = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cos(\omega t + \phi + \theta)$$

となる。

例 抵抗とキャパシタの直列回路

抵抗 R とキャパシタンス C の直列回路に電流 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$ が流れているとする。抵抗の端子間電圧 $v_R(t)$ は、

$$v_R(t) = RI_m \cos(\omega t + \phi)$$

であり、キャパシタの端子電圧 $v_C(t)$ は、キャパシタの基本式が

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad \text{であるので、これから}$$

$$\Rightarrow v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \int I_m \cos(\omega t + \phi) dt = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \phi) = \frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \phi - 90^\circ)$$

したがって $v(t) = v_R(t) + v_C(t)$ は、

$$\begin{aligned} v(t) &= RI_m \cos(\omega t + \phi) + \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \phi) \\ &= I_m \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2} \left\{ \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \cos(\omega t + \phi) + \frac{1/(\omega C)}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \phi) \right\} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2} \cos(\omega t + \phi - \theta) \end{aligned}$$

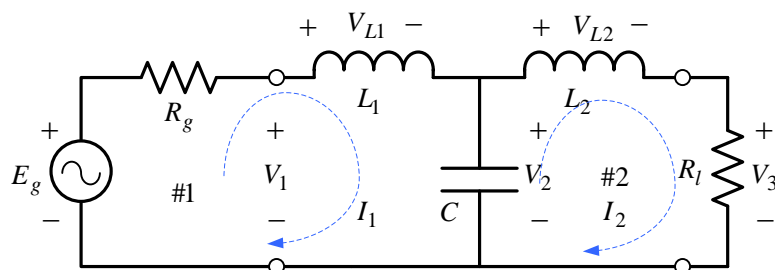
ここで、 $\theta = \tan^{-1} \frac{1/(\omega C)}{R} = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$ である。これをフェーザ法で求めると、

$$V = V_R + V_C = \{R - j/(\omega C)\}I = \left\{ \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2} e^{-j\theta} \right\} I, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{1/(\omega C)}{R} = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$$

したがって、実時間表示では

$$v(t) = I_m \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2} \cos(\omega t + \phi - \theta)$$

例 次の T 形回路の負荷抵抗の端子電圧が代数計算で求められることを示す。



図例題 T 形回路

この回路には、閉路は 3 個考えられるが、そのうち最小の網目となる閉路#1 と#2 を考える。この網目(閉路)に KVL を適用する。各節点の電圧を V_1, V_2, V_3 とし、網目の右回りを基準とする電流 I_1, I_2 を設定すると、

$$\#1 \text{ では } \{R_g + j\omega L_1\}I_1 + \frac{1}{j\omega C}(I_1 - I_2) - E_g = 0 \Rightarrow \left\{R_g + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}\right\}I_1 - \frac{1}{j\omega C}I_2 = E_g$$

$$\#2 \text{ では } \{R_l + j\omega L_2\}I_2 + \frac{1}{j\omega C}(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{j\omega C}I_1 + \left\{R_l + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}\right\}I_2 = 0$$

と連立 1 次方程式となる。この手法が**網目解析**である。これから I_2 を求め、さらに $V_3 = R_l I_2$ として負荷端子の電圧が求められる。この電圧は複素数であるので、位相を求めるためには、複素数の偏角が位相となる。

.....
【参考】上式から I_1, I_2 を求めるには、行列形式に整理して求めると簡潔である。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R_g + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right) & -\frac{1}{j\omega C} \\ -\frac{1}{j\omega C} & R_l + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_g + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right) & -\frac{1}{j\omega C} \\ -\frac{1}{j\omega C} & R_l + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{\left\{R_l + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)\right\}\left\{R_g + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right)\right\} + \frac{1}{(\omega C)^2}} \begin{bmatrix} R_l + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right) & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{j\omega C} & R_g + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{E_g}{R_g R_l + \frac{1}{C}(L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2 + j\left\{\omega(L_1 R_l + L_2 R_g) - \frac{R_g + R_l}{\omega C}\right\}} \begin{bmatrix} R_l + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right) \\ \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

V_3 は

$$\begin{aligned} V_3 &= R_l I_2 \\ &= \frac{E_g}{R_g R_l + \frac{1}{C}(L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2 + j\left\{\omega(L_1 R_l + L_2 R_g) - \frac{R_g + R_l}{\omega C}\right\}} \frac{R_l}{j\omega C} \\ &= \frac{R_l}{\left\{R_g + R_l - \omega^2 C(L_1 R_l + L_2 R_g)\right\} + j\omega C\left\{R_g R_l + \frac{1}{C}(L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2\right\}} E_g \\ &= \frac{R_l}{\sqrt{\left\{R_g + R_l - \omega^2 C(L_1 R_l + L_2 R_g)\right\}^2 + (\omega C)^2\left\{R_g R_l + \frac{1}{C}(L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2\right\}^2}} |E_g| e^{j\phi_1} e^{j\phi_2} \\ &= \frac{R_l}{\sqrt{\left\{R_g + R_l - \omega^2 C(L_1 R_l + L_2 R_g)\right\}^2 + (\omega C)^2\left\{R_g R_l + \frac{1}{C}(L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2\right\}^2}} |E_g| e^{j(\phi_1 - \phi_2)} \end{aligned}$$

と大きさと位相が求められる。ここで、 ϕ_1 は電圧源の初期位相であり、 ϕ_2 は

$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{\omega C \left\{ R_g R_l + \frac{1}{C} (L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2 \right\}}{R_g + R_l - \omega^2 C (L_1 R_l + L_2 R_g)}$$

である。今電源が $e_g(t) = E_m \cos(\omega t + \phi_1)$ であれば、時間波形は

$$v_3(t) = \frac{R_l E_m \cos(\omega t + \phi_1 - \phi_2)}{\sqrt{\left\{ R_g + R_l - \omega^2 C (L_1 R_l + L_2 R_g) \right\}^2 + (\omega C)^2 \left\{ R_g R_l + \frac{1}{C} (L_1 + L_2) - \omega^2 L_1 L_2 \right\}^2}}$$

となる。

.....

電圧を未知数とする方程式は、各節点に KCL を適用することから導出できる。電圧源を電流源に変換すると、

$$\text{節点①では、} \frac{1}{R_g} V_1 + \frac{1}{j\omega L_1} (V_1 - V_2) - \frac{E_g}{R_g} = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1}{R_g} + \frac{1}{j\omega L_1} \right\} V_1 - \frac{1}{j\omega L_1} V_2 = \frac{E_g}{R_g}$$

$$\text{節点②で、} \frac{1}{j\omega L_1} (V_2 - V_1) + j\omega C V_2 + \frac{1}{j\omega L_2} (V_2 - V_3) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{j\omega L_1} V_1 + \left(\frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L_2} \right) V_2 - \frac{1}{j\omega L_2} V_3 = 0$$

$$\text{節点③で、} \frac{1}{R_l} V_3 + \frac{1}{j\omega L_2} (V_3 - V_2) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{j\omega L_2} V_2 + \left(\frac{1}{R_l} + \frac{1}{j\omega L_2} \right) V_3 = 0$$

となる。この手法を**節点解析**という。

一般的には、節点解析は回路構成が立体的であっても定式化することが容易であるので、網目解析に比べて万能性が高い。しかしながら、電流源より電圧源が現実存在する例が多いので多くは網目解析を使用しているのが現実である。

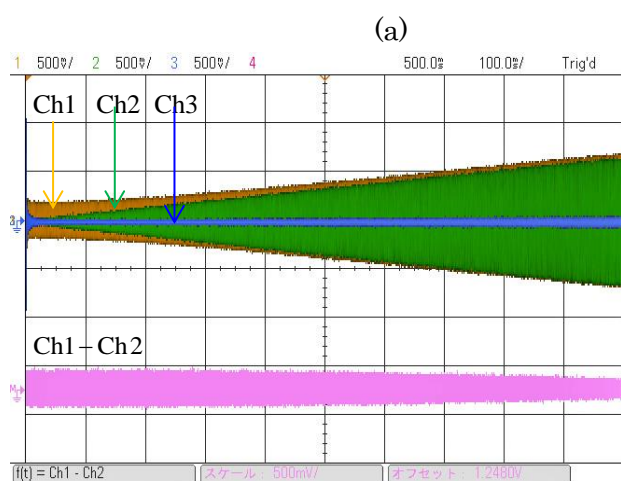
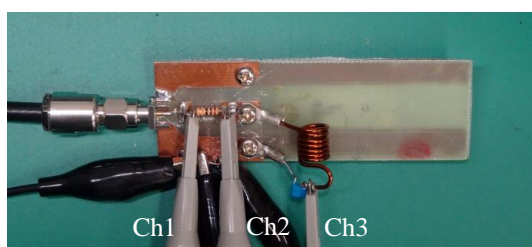
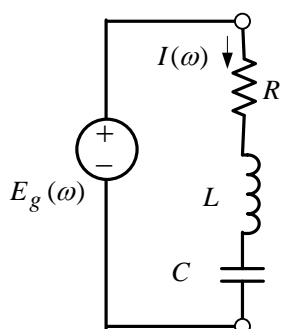
4.2 共振回路とは

共振という言葉は、物理学においては共鳴と呼ばれてもいる。例えば、笛やラッパの類では共鳴管の長さを、弦楽器は弦の長さを変えることによって鳴る音(共鳴周波数)を変化させることである。笛やラッパは先端が開いている(開放端)になっているが、弦楽器の弦は両端が固定端である。これに類似な現象は伝送線路において見ることができるが、ここでは取り扱わない。

電気回路における共振現象は、ある周波数(共振周波数)において電流や電圧が非常に大きくなったり、ゼロになったりすることである。電気・電子機器においては、このような現象を引き起こす回路を共振回路という。例えば、聞きたいラジオの周波数を選択するとき、すなわち「周波数を合わせる」という動作は、共振回路のキャパシタやインダクタの値を操作して共振を引き起こさせることを行う。この共振回路について考える。共振回路には直列共振回路と並列共振回路がある。その特徴は、電流で考えるのか電圧で考えるのか、による。

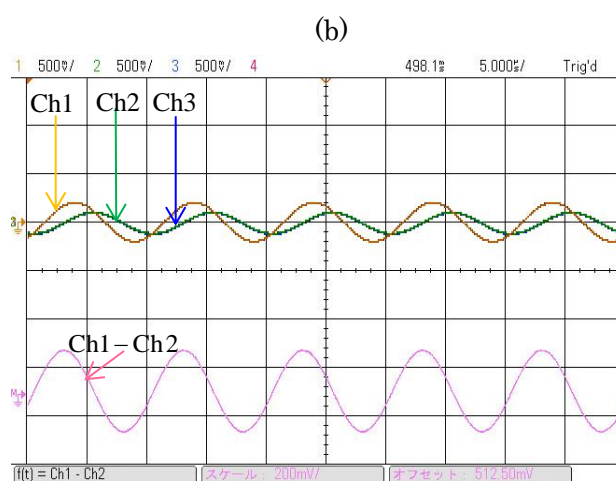
直列共振

インダクタンスを構成する巻き線に抵抗成分を考慮したとき、これにキャパシタンスを直列に接続した回路は RLC の直列回路となる。この回路に正弦波電圧源を接続する。このとき、直列回路に流れる電流を考える。



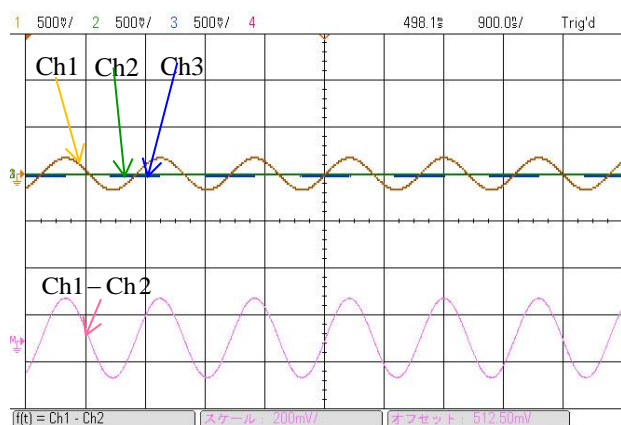
Sweep 特性(Start:100Hz, Stop:30MHz)

(c)



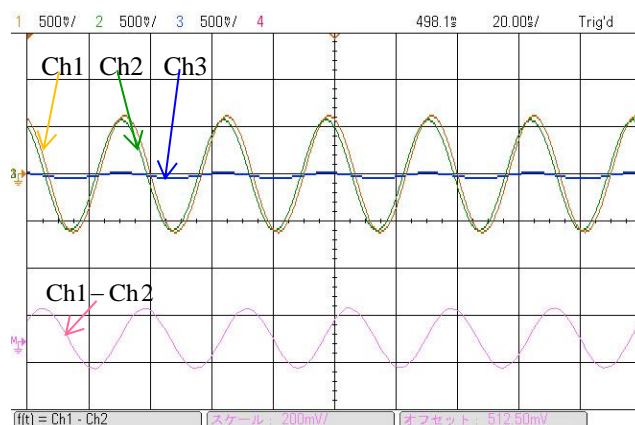
100 kHz

(d)



700 kHz

(e)



30 MHz

(f)

図 4.2 直列共振回路と電流特性(薄紫色) :

この回路の理論解析を行う。まず、この RLC 直列回路のインピーダンス Z_s は

$$Z_s = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \equiv R + jX_s$$

である。このとき回路を流れる電流の大きさは

$$I(\omega) = \frac{E_g(\omega)}{Z_s} = \frac{E_g(\omega)}{R + jX_s} \Rightarrow |I(\omega)| = \frac{|E_g(\omega)|}{\sqrt{R^2 + X_s^2}}$$

となる。周波数が変化するとき、この回路のインピーダンスの虚部(リアクタンス) X_s は

$$X_s = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

のときゼロとなり、回路を流れる電流の大きさは最大となる。この回路は周波数 f_0 (共振周波数) で「共振している」という。この回路が直列共振回路である。一般に直列共振する条件は、「リアクタンスがゼロ」である。次図は直列共振回路の電流特性、すなわち共振特性は、単峰特性の共振曲線となる。

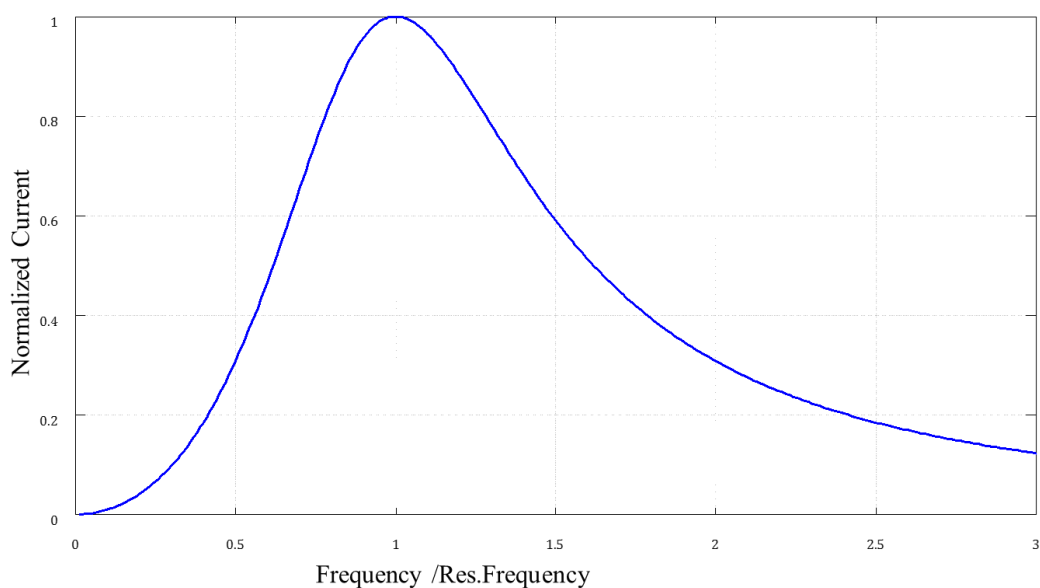


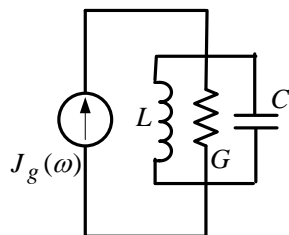
図 4.3 共振特性

実験で使用するオシロスコープで電流特性を求めるためには、GND からの電圧が測定される方式であるために、「抵抗の端子間電圧(薄紫色)=Ch1(オレンジ色)−Ch2(緑色)」であり、この電圧を 10Ω で割った値が直列回路を流れる電流となる。

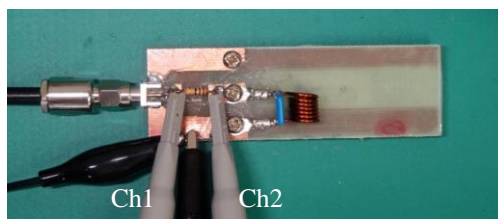
【参考】この直列共振回路を電流特性ではなく、電圧特性として考えるためにはインダクタンスやキャパシタンスのインピーダンスとしての周波数特性を考えることによって現象を定性的に説明することが可能である。すなわち周波数が低い帯域では、キャパシタのインピーダンスが大きく、周波数が高い領域では、インダクタのインピーダンスが大きくなる。この結果、低周波域と高周波域では電流が流れ難くなるので、開放電圧に近い大きな電圧となる。そして、直列共振する周波数付近ではインピーダンスが小さくなるので、観測電圧が小さくなる。

並列共振

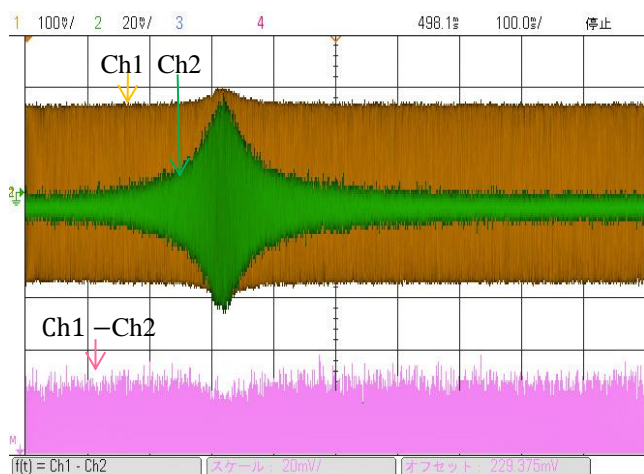
電流源に LC の並列回路と損失を意味する並列コンダクタンス $G(=1/R)$ からなる回路を考える。



(a)

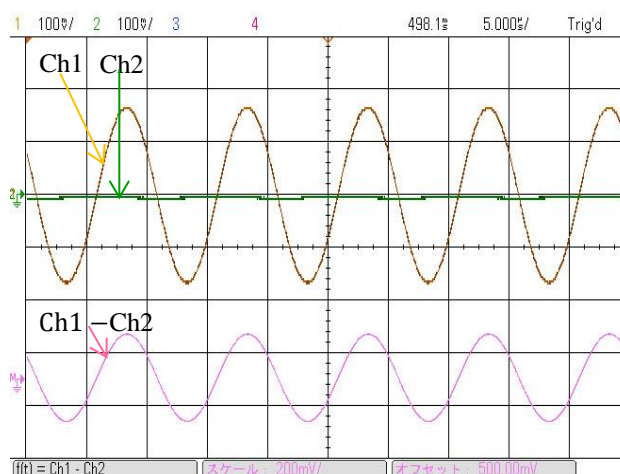


(b)



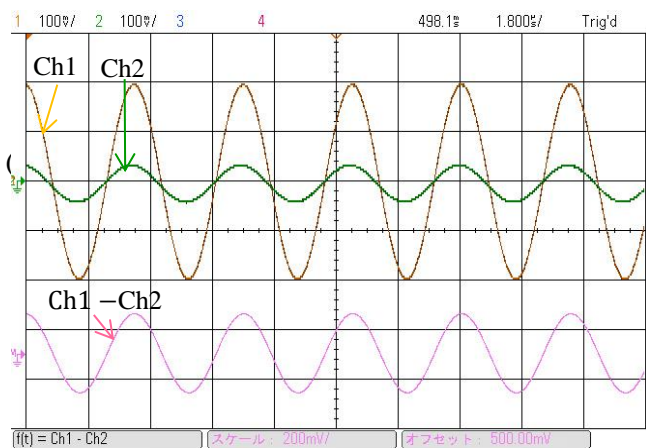
Sweep 特性(Start:100Hz, Stop:1MHz)

(c)



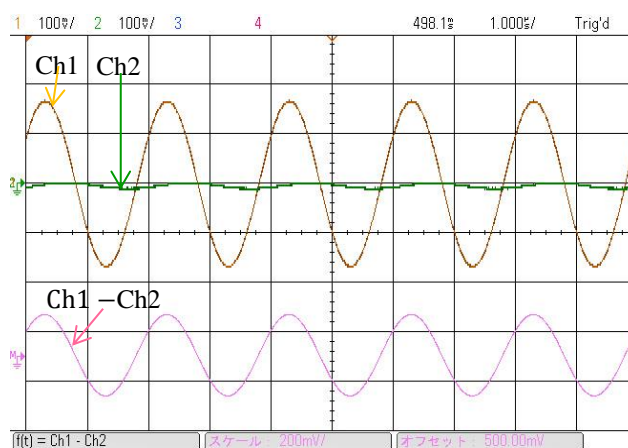
100 kHz

(d)



315kHz

(e)



500 kHz

(f)

図 4.4 並列共振回路と電圧特性：

Ch1(オレンジ色)が入力電圧であり、Ch2(緑色)が共振回路電圧

上記を理論的に考える。RLC の並列回路のアドミッタンス Y_p は

$$Y_p = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = G + j\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} \equiv G + jB_p$$

である。このとき、回路の端子間電圧は

$$V(\omega) = \frac{J_g(\omega)}{Y_p} = \frac{J_g(\omega)}{G + jB_p} \Rightarrow |V(\omega)| = \frac{|J_g(\omega)|}{\sqrt{G^2 + B_p^2}}$$

となる。周波数が変化するとき、この回路のアドミッタンスの虚部(サセプタンス) B_p は

$$B_p = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

のときゼロとなり、回路を端子間の電圧の大きさは最大となる。このアドミッタンスは直列共振回路のインピーダンス Z_s と C と L が入れ替わっただけで、同じ形式である。したがって電流と電圧が入れ替わっただけで同じ形式の特性を示すことになる。(注：この関係を双対回路[注²¹]という)

このときの電圧特性は、直列共振回路の電流特性とは同じ特性をもつ現象となる。

注²¹ 双対回路(dual circuit)とは、ある回路において、電圧源と抵抗、インダクタ、キャパシタで構成されている回路があったとする。この回路の電圧源は電流源に、抵抗はコンダクタンスに、インダクタンスはキャパシタンスに、キャパシタンスはインダクタンスに、直列回路は並列回路に、並列回路は直列回路に変更した回路を双対回路という。双対回路では、一方で求めた電圧特性は他方では電流特性に、電流特性は電圧特性に対応する。

4.3 交流での電力

直流の電力は、電圧と電流の積($P = VI$)で与えられた。正弦波交流ではどのようなになるかを述べる。

例えば、正弦波の時間表示した電圧と電流との間に位相差 θ があるとする。単純に時間表示の電圧と電流の積をとれば、その時々(瞬時)電力となる。直流と同じように時間に関係なく一定の値で電力を表現するには、瞬時電力を1周期にわたって平均をとればよい。

図4.5(a)に示すように、時間表示した電圧と電流の積の瞬時電力は時間変化する。この平均電力 P は電圧の振幅(大きさ) V_m と電流の振幅(大きさ) I_m と電圧と電流の位相差 θ に関係し、

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta = \left(\frac{V_m}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}} \right) \cos \theta$$

で与えられる[注22]。

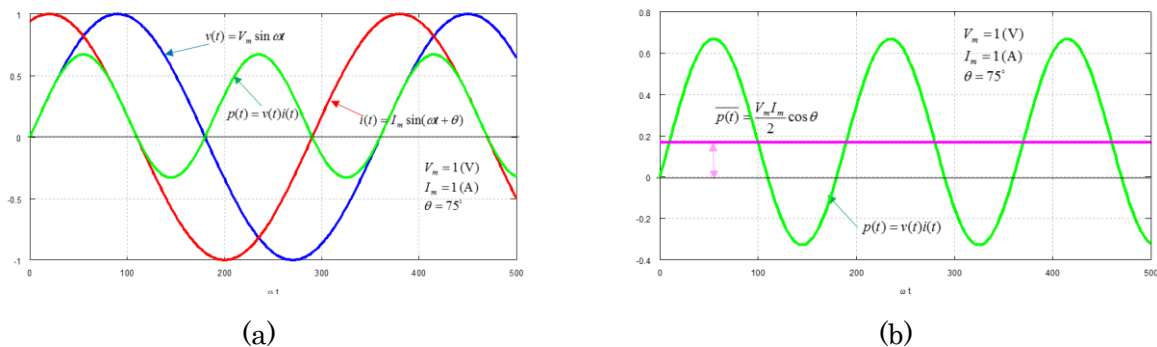


図 4.5 正弦波の電圧波と電流波と瞬時電力の例(a)と瞬時電力と平均電力の例(b)

一方、電圧、電流をフェーザ法(複素表示法)で表現するとき、複素電力は電圧を \dot{V} 、電流を \dot{I} とすれば、

$$[\text{複素電力}] = \frac{1}{2} [\text{複素電圧}] \times [\text{共役複素電流}] \Rightarrow \dot{P} = \frac{1}{2} \dot{V} \dot{I}^*$$

で定義され、この実部が上述の平均電力に等しくなる。複素電力を用いると、

$$[\text{複素電力の絶対値}] = [\text{皮相電力}] \Rightarrow P_a = |\dot{P}| = \frac{1}{2} |\dot{V} \dot{I}^*|$$

$$[\text{複素電力の実部}] = [\text{実効電力}] \Rightarrow P_{\text{eff}} = \Re\{\dot{P}\} = \Re\left\{\frac{1}{2} \dot{V} \dot{I}^*\right\}$$

$$[\text{複素電力の虚部}] = [\text{無効電力}] \Rightarrow P_{\text{inv}} = \Im\{\dot{P}\} = \Im\left\{\frac{1}{2} \dot{V} \dot{I}^*\right\}$$

と呼ばれており、実効電力=有効電力=平均電力である。

注22 瞬時電力を1周期にわたって平均する電力は、次のように求められる：

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t + \theta) dt = \frac{V_m I_m}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \{\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)\} dt = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta$$

共役整合

直流回路において、電源回路に接続された負荷回路に送られる電力は、負荷抵抗と電源抵抗が等しいときに最大となる(整合している)ことを述べた。交流の回路においてはどのようなようになるかを考える。正弦波交流回路においては、電源回路の内部(電源)インピーダンスと負荷回路のインピーダンスとの間にどのような関係にあるときに電力が最大になるかという問題になる。

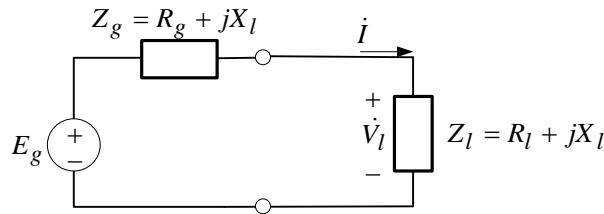


図 4.6 正弦波電源回路に接続された負荷回路

図 4.6 の回路において、負荷回路を流れる電流と端子電圧は、

$$\dot{I} = \frac{E_g}{Z_g + Z_l}, \quad \dot{V}_l = \frac{Z_l}{Z_g + Z_l} E_g$$

であるので、負荷回路の複素電力は[注²³]

$$\dot{P} = \frac{1}{2} \dot{V} \dot{I}^* = \frac{1}{2} \frac{Z_l E_g}{Z_g + Z_l} \left(\frac{E_g}{Z_g + Z_l} \right)^*$$

であり、実効電力は複素電力の実部で与えられるので、この最大値を求めると、

$$X_l = -X_g \quad \text{および} \quad R_l = R_g \quad \Rightarrow \quad R_l + jX_l = R_g - jX_g$$

のときである。すなわち、負荷インピーダンスが電源インピーダンスと共役、 $Z_l = (Z_g)^*$ 、のときであるので、これを「共役整合」という。

注²³ 複素電力は、 $\dot{P} = \frac{1}{2} \dot{V} \dot{I}^* = \frac{1}{2} \frac{Z_l E_g}{Z_g + Z_l} \left(\frac{E_g}{Z_g + Z_l} \right)^* = \frac{1}{2} \frac{Z_l |E_g|^2}{|Z_g + Z_l|^2} = \frac{1}{2} \frac{R_l + jX_l}{(R_l + R_g)^2 + (X_l + X_g)^2} |E_g|^2$ で

ある。実効電力は、この実部であるので、 $\Re\{\dot{P}\} = \frac{1}{2} \frac{R_l}{(R_l + R_g)^2 + (X_l + X_g)^2} |E_g|^2$ となる。負荷インピーダンスが変化するときを考えるので、まず R_l を固定にして、 X_l が変化するときを考えると、分子には X_l は含まれないので分母の X_l だけを考える。分母は $X_l = -X_g$ のときに最小になるので、このとき、

$\Re\{\dot{P}\}_{X_l = -X_g}$ は、最大値 $\frac{1}{2} \frac{R_l}{(R_l + R_g)^2} |E_g|^2$ をとる。 $\Re\{\dot{P}\}_{X_l = -X_g}$ の状態で R_l を変化させると、直流の場合と同じように、 $R_l = R_g$ のときに最大となる。したがって、 $\Re\{\dot{P}\}$ は、 $R_l = R_g$ で $X_l = -X_g$ のときに最大値をとる。

5. 補遺

5.1 消費電力最大の法則の検証

「1.5.4 直流電力」の項で検討した図 1.17 の回路を考える。

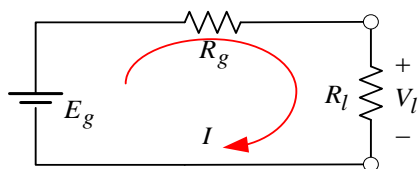


図 1.17 内部抵抗のある電圧源回路に接続された抵抗

横軸を R_l/R_g とし、縦軸を P/E_g^2 で表現したときの変化を図 1.18 に示す。図に示すように $R_l/R_g = 1$ のとき、 P/E_g^2 は極大（ここでは最大でもある）になっている。

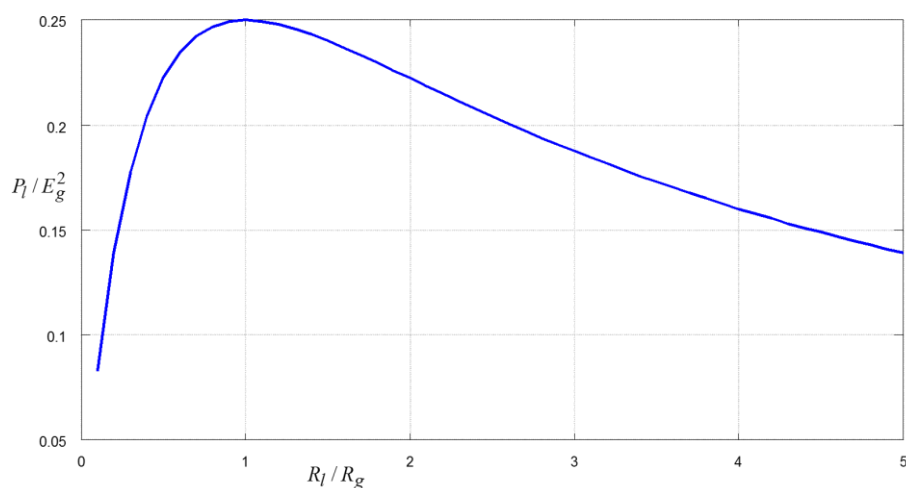


図 1.18 直流電源回路における消費電力対負荷抵抗の関係

検証実験(参考実験)

図 1.17 に示した消費電力 P_l は、 $P_l = V_l I = R_l I^2$ と表現できる。したがって $R_l = R_g$ であれば、電流が最大値になることを意味する。これを検証してみよう。次図が検証回路である。

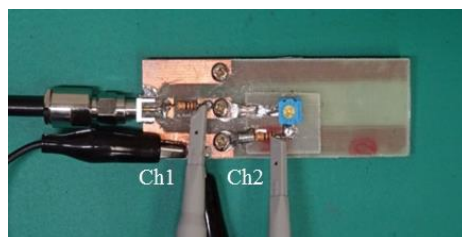
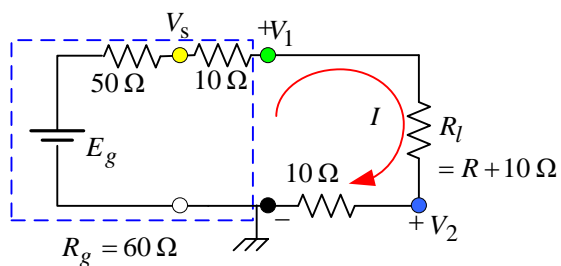


図 1.19 消費電力最大の法則を検証する回路

ここで、負荷抵抗 R_l は、 $10\ \Omega$ の固定抵抗と可変抵抗(半固定抵抗) R の直列回路で構成されている。すなわち、 $R_l = R + 10$ である。ここで準備してある測定系では、電流を直接測定することはできない。そのため、 R_l を流れる電流は、抵抗 $10\ \Omega$ の端子電圧 V_2 を抵抗値($=10$)で除することから求めることができる。すなわち、

$$I = V_2 / 10 \Rightarrow P_l = V_1 I = V_1 V_2 / 10 \propto V_1 V_2$$

となるので、負荷抵抗の電力は、電圧の積で表現できることになる。負荷抵抗の一部を構成している半固定抵抗を変化すると、この積が最大値を示すことを確認せよ。また、このとき $R_l = R_g$ の関係が成立するときであるので、負荷抵抗の電圧 V_1 が電源回路の端子電圧 V_s との関係が、 $V_1 = V_s / 2$ となることを確認せよ。

5.2 無線電力伝送の模擬実験

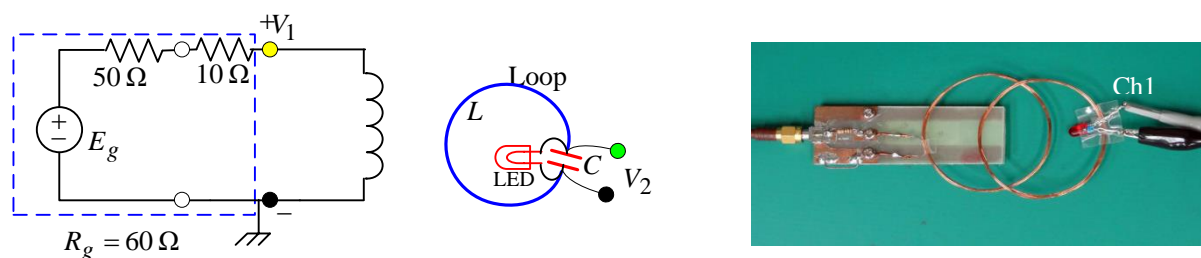


図 4.7 無線電力伝送模擬実験回路

この図においては、電源回路にインダクタが接続されている(電源系回路と称する)。この近くに直径が約 50mm で 6 ターンのループに図に示すようにキャパシタと LED ランプが接続されている(ループ系回路と称する)。電源回路の周波数を変化させながら、キャパシタの端子電圧を測定する。発信器の掃引(スイープ)機能を用いると周波数変化を自動的に行える。

- (1)電源回路にインダクタが接続されているがどのような電磁気現象が発生しているか？
- (2)電源回路系とループ系回路との間には、どのような電磁気現象が発生しているか？
- (3)それを回路論的にはどのように言うか？
- (4)ループ系では、どのような現象が発生するのか？
- (5)その結果、この全体の実験回路ではどのような現象になるのか？

付 録

電荷

われわれの身近にある電荷が原因となって現れる現象は「静電気」である。プラスチックのヘアブラシに髪の毛が絡まったり、頭を通してセータを脱ぐときにセータに髪の毛がまつわりついたりする現象である。プラスチック製の物差しを布で擦って、この物差しを細く裂いたティッシュペーパーに近づけると、ティッシュペーパーが物差しに引き付けられる。

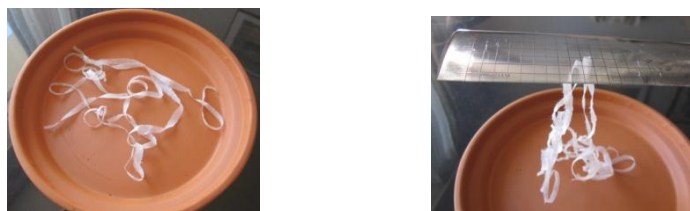


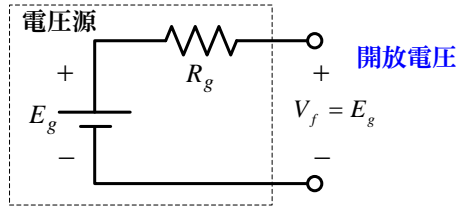
図 A.1 細く裂いたティッシュペーパー(左図)と布で擦ったプラスチック物差しに引き付けられるティッシュペーパーの様子

この現象は、摩擦によってプラスチック物差の電荷が偏り、ティッシュペーパーの電荷を引き付けている現象である。しばらくすると、電荷が平衡状態になり、この現象は消滅する。これがクーロンの法則で定式化されている電荷間に働く力の現象である。

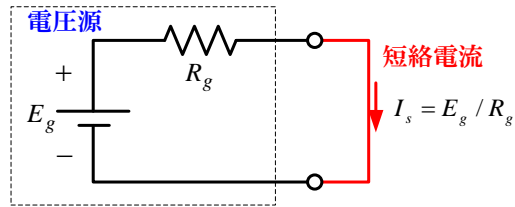
物質を構成する最小単位の原子は、原子核の周りを原子番号に対応する数の電子と呼ばれるマイナスの電荷が取り巻いている。原子核は正電荷であり平衡状態にあるので、一般に物質は中性の状態にある。この平衡状態がくずれて電荷が偏ると、平衡状態になるために電荷が移動する。これを放電という。この電荷が移動して現れる現象が静電気(ESD: electrostatic discharge)現象である。この大規模な現象が雷放電と呼ばれる落雷である。雷雲の中で雨滴が擦れて電荷が大きく偏り、地上の樹木、建物等との間で電荷が移動する(電流が流れる)現象である。

等価電源の定理

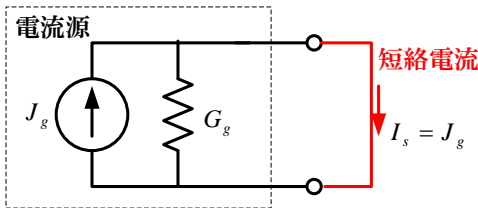
電圧源と電流源の関係は、次に示す電圧源と電流源の開放電圧と短絡電流が等しいとする関係から求めることができる。



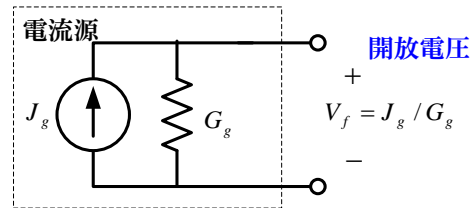
(a)



(b)



(c)



(d)

この関係から

(1)電圧源電圧は開放電圧であり、電流源電流は短絡電流である。

(2)電圧源の(内部抵抗)=(開放電圧)÷(短絡電流)であり、電流源の(内部コンダクタンス)=(短絡電流)÷(開放電圧)である。 $\Rightarrow R_g = V_f / I_s, G_g = I_s / V_f$

(3)電圧源の内部抵抗と電流源の内部コンダクタンスは互いに逆数の関係にある。 $\Rightarrow R_g = 1 / G_g$

この結果、等価電源の定理は

『鳳・テブナンの定理』: 電圧源は、開放電圧を電圧源電圧にし、(開放電圧)÷(短絡電流)を内部抵抗とする直列回路

『ノートンの定理』: 電流源は、短絡電流を電流源電流にし、(短絡電流)÷(開放電圧)を内部コンダクタンスとする並列回路

で表現できる。

これは、一般の交流回路網を等価な電源回路として見るときも抵抗をインピーダンスに、コンダクタンスをアドミッタンスに変更して成立する。