

やさしい電磁気学から始める 電磁波・伝送回路の基礎(伝送線路編)

国立大学法人 電気通信大学
産学官連携センター ギガビット研究会

まえがき

このテキストは、電気通信大学産学官連携センターのギガビット研究会が2014年から2019年に開催していた「設計ガイドラインセミナー入門編」用に作成したものである。

ギガビット研究会は、2011年度から2021年度までの10年間、企業と大学を結ぶためのコンソーシアムとして、社会人技術者の再教育や啓蒙活動、大学での成果を企業へ展開する活動、そして共同研究やコンサルテーションを柱とするものとして設立された。特に、技術者の再教育に関しては、日本企業の技術力向上に貢献することを目指し、ほとんどのセミナー業界で行われるようなEMC問題の対処療法的な事例紹介を主内容とするものとは異質の、理論に裏打ちされた考え方、解決手段を学習してもらうことが主眼の大学ならではの特色を打ち出して活動してきた。

高専や大学においては、電気回路と電磁気学とは全く異なる授業科目として履修し、その間の関係を明らかにすることはほとんどなく学習している。それらの上級科目として高周波（マイクロ波）回路や伝送回路などや、電磁波工学やアンテナ工学などの授業科目がある。これら上級科目は必ずしも開講されていない場合が最近では多くある。この結果、特定の研究室に所属して始めて学習するという現実がある。EMC（電磁両立性）の問題は、電気回路（高周波回路）と電磁気学（電磁波論）と融合領域の問題である。現在の電気電子機器やデジタル技術を応用する各種機器製品は、その性質上不要な電磁波（妨害波）を放出しており、通信に妨害や干渉を及ぼす恐れがある。この危惧に対処するためにEMC規格がある。電気電子機器の設計においては、電気機器の本来の仕様を満足しながら、この規制値を満足するという両立性が求められることになる。設計ガイドラインとは、電子機器の設計において基本となる配線を含む回路素子の働きや現象、妨害波発生メカニズムを理解し、設計に生かすことの指針を示すことである。

2020年度からは新型コロナウイルスによるパンデミックため対面による会合が開催されなかった。このため実験を伴う設計ガイドライン入門編や中級編は開催されずに研究会が終了した。これに伴い資料テキストを公開することになった。

このテキスト執筆と講義は上芳夫が主に担当し、実験においては中村隆（岐阜大学名誉教授/電通大客員教授）と萱野良樹が担当し、福澤恵司と上がサポートした。また、入門編の実験手引書は（故）橋本慶隆が担当した。

電気通信大学産学官連携センター ギガビット研究会事務局

本間高弘 知的財産部門長・教授

萱野良樹 情報・ネットワーク工学専攻 准教授

上 芳夫 特任教授・代表

堀 建二 客員教授

（故）橋本慶隆 客員教授（2021年8月20日逝去）

福澤恵司 客員教授

雨宮不二雄（2014年度から）客員教授

高坂直子 非常勤事務員

注：このテキストに関する問い合わせにお答えすることはできませんので、ご了承ください。

はじめに

この講座は、電気(交流)回路を履修済みの電気系または同等の知識を有する方々を対象に、電磁気学や電気回路学さらには発展系の電磁波論や高周波回路の知識が不十分なバックグラウンドで、回路設計・EMC技術に従事している初心者レベルの方々を対象とする入門編の講座です。

内容は以下です。

1. 集中定数回路（復習）

第1部の内容を要約

2. 伝送線路の基礎

伝送線路はLC素子の集合、平衡形線路と不平衡形線路、電力を運ぶ交流電磁界、線路キャパシタンスとインダクタンス、伝送線路を特徴づけるパラメータ、特性インピーダンス、入射波と反射波、時間領域での現象、電流は常に配線を一巡して流れるのか、

3. クロストーク現象の基礎

低周波での磁界結合、低周波での電界結合、高周波でのクロストーク現象

➤ この講座の目標は

電子機器における配線は最長の素子です。それを単に電圧や電流で動作を理解するだけでは不十分です。配線は伝送線路の類に属し、電磁気現象をとまなう回路素子として認識する必要があります。伝送線路における物理現象を、電磁気学的取扱いと電気回路論的取扱いを定性的に説明できるようにすること、さらに、基礎的なEMC問題の考え方が理解できるようにすることです。

➤ テキストの内容と進め方は

まず、平易なモデルやデモ実験により、何が問題点かを提示します。次にこの現象や結果を説明する上で必要な電磁気学的用語と電気回路論的用語とを関連付けて説明します。これらの現象や用語の理解を深めるために、更なるモデルによる『実験を各受講者で行って』動作原理や性質を理解できるようにと工夫しています。

注：ここでの実験のデモンストレーションは、オシロスコープを使った現象から電磁界現象を観察します。また、実験においては準備しているファンクションジェネレータの性能のために30 MHz以下の周波数帯域を対象にしています。

内容

1. 集中定数回路	4
1.1 電圧と電流の定義	4
1.2 抵抗	5
1.3 キャパシタ	6
1.4 インダクタ	7
1.5 交流における回路素子	7
2. 伝送線路の基礎	16
2.1 伝送線路は LC 素子の集合	25
2.2 伝送線路の電磁界と線路電圧電流	29
2.3 平衡形線路と不平衡形線路	30
2.4 電力を運ぶ交流電磁界	34
2.5 線路キャパシタンスとインダクタンスは直流での定義	35
2.6 伝送線路を特徴づけるパラメータ	35
2.7 特性インピーダンス	36
2.8 入射波と反射波と透過波	37
2.9 時間領域での現象	45
2.10 電流は常に配線を一巡して流れるのか	49
3. クロストーク現象の基礎	55
3.1 低周波での磁界結合	57
3.2 低周波での電界結合	59
3.3 高周波でのクロストーク現象	61
付 録	62
マクスウェルの方程式	62
電信方程式	62
終端負荷の伝送線路の入力インピーダンス	63

1. 集中定数回路

大学や高専で学習する電気回路(学)では、ほとんどにおいて電磁気学とは関係なしに授業されている。電気回路で用いられる基本の回路素子は抵抗、キャパシタ(コンデンサ、容量)とインダクタ(コイル)である。これらの素子の組合せで回路網が構成されており、電気回路学では電磁気学とは独立に基本的な解析手法が確立されてきた。それらの関係は第1部(電気回路編)において詳細に述べた。ここで簡単に復習する。

1.1 電圧と電流の定義

電磁気学で用いられる電界(ベクトル)と磁界(ベクトル)をある条件の下に定義して、スカラ量に変換したものが、電圧と電流である。

電圧は、2点間の電位差として定義される。任意点の電位は、静電界を無限遠点から任意点まで、任意の経路上を線積分(電界ベクトルと経路上の接線方向微小積分素ベクトルとの内積を積分)することで定義される。この結果、2点間の電位差は、2点間の任意経路上の電界の線積分となる[注¹]。

電荷が時間変化するとき、巨視的には電流が流れると言う。時間変化がないときは直流電流である。[注²]。導体を移動する(自由)電荷が導電電流であり、この電流は磁界と関係づけられており、導体線の周りに磁界をつくる。これは「アンペアの法則」として表現される。

【注】電気回路においては、オームの法則における電圧電流の関係は、『電流は、電圧の高い方から低い方に流れる』と規定している。

表 1.1 直流回路の用語と静電磁界との関係

電気回路の用語	関係	電磁気学の用語
直流電圧=2点間の電位差 $V_{ab} = \phi_a - \phi_b$	電位 \Leftarrow 電界の線積分 $\phi_P = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 電位の場所微分 \Rightarrow 電界 $\vec{E} = -\nabla\phi$	静電界(ベクトル) \vec{E} $\nabla \times \vec{E} = 0$
直流電流 $I = \frac{dQ(t)}{dt} = \text{const.}$	アンペアの法則 $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I, \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ 導電電流が流れる \Rightarrow 磁界が発生 電流 \Leftarrow 磁界の場所微分	静磁界(ベクトル) \vec{H} $\nabla \times \vec{H} = 0$

注¹ 点 a と点 b 間の電圧(電位差) $V_{ab} = \phi_a - \phi_b$ は、 $V_{ab} = - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{l} - \left\{ - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \right\} = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$ と表現され、積分経路は任意である。

注² 直流電流 I は電荷を $Q(t)$ とすれば、 $I = \frac{dQ(t)}{dt} = \text{const.}$ と微係数が一定のときである。

1.2 抵抗

オームは、抵抗体に流れる電流 I は抵抗体の端子電圧 V に比例することを見出した。一般に電気回路においては、この逆表示の電圧は電流に比例するという表記がオームの法則として用いられている。

$$I = GV \Rightarrow V = RI$$

このとき、 R が抵抗であり、 G がコンダクタンスである。

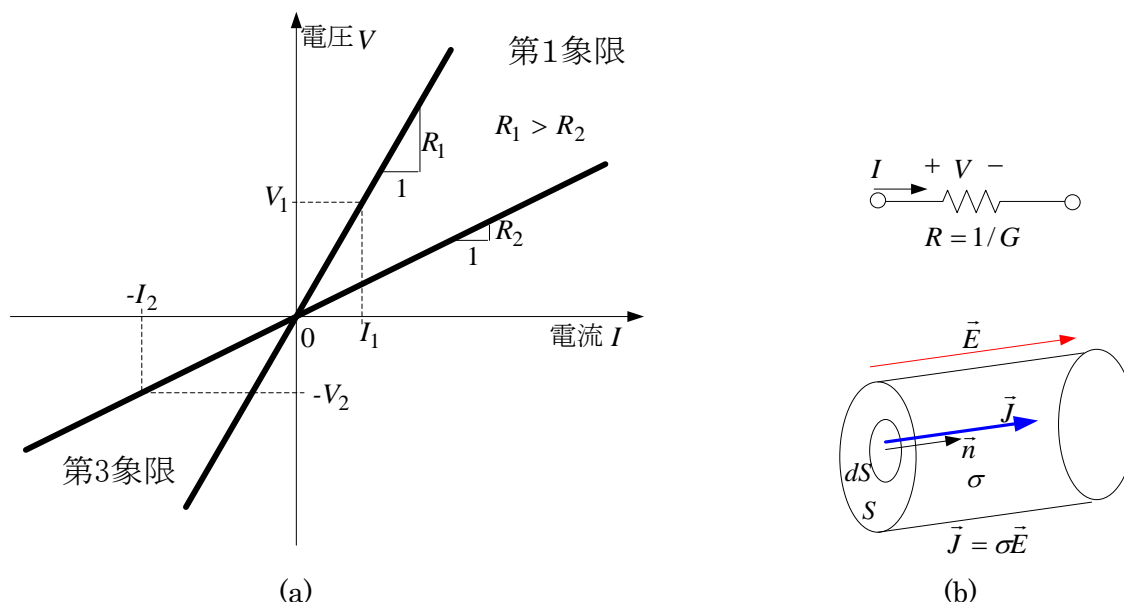


図 1.1 抵抗：回路的特性図(a)と電磁気学的抵抗の説明(b)

電磁気学のオームの法則は、電流密度(ベクトル)と電界との関係として

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.1)$$

で与えられている。ここで、 σ は導電率である[注³]。

この両者から、長さ l 、断面積 S の導体を考えると、抵抗と導電率の関係は

$$R = \frac{l}{\sigma S} = \rho \frac{l}{S} \quad (1.2)$$

であり、ここで ρ は抵抗率である。

【注】 前述したように、電荷の時間微分が一定であるとき直流電流である。このときには、(導電)電流は導体断面を一様に流れている。

注³ 電流 I と電流密度(ベクトル) \vec{J} の関係は、断面 S の単位法線ベクトルを \vec{n} とすれば、 $I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$ である。

1.3 キャパシタ

キャパシタの基本形は、サンドイッチ状に誘電体を挟んだ 2 枚の平行平板導体板(電極)である。電極の表面積を S とし、誘電体の誘電率を $\varepsilon(=\varepsilon_r\varepsilon_0)$ とすれば、電極に等量異符号の電荷 Q を与えたとき、電極間の電圧 V との関係は

$$V = \frac{1}{C} Q \quad (1.3)$$

である。この比例定数の逆数がキャパシタンスである。

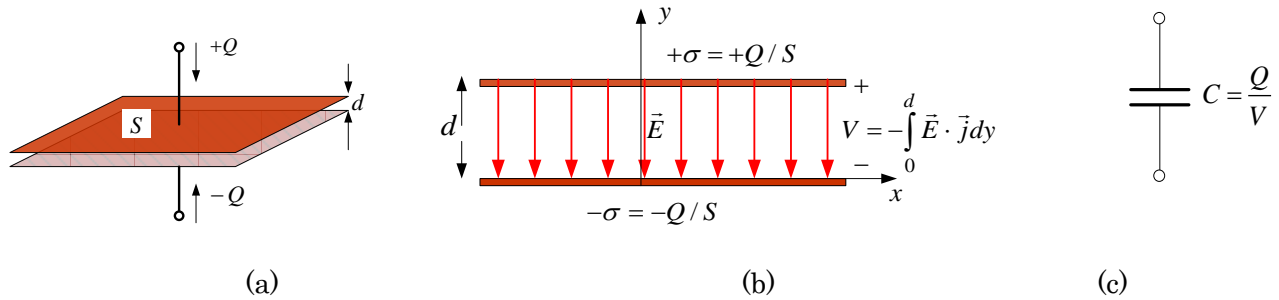


図 1.2 極板モデル(a)、極板間の断面での電界(b)および回路モデル(c)

【参考】極板に与えた電荷によって電極間に電界が発生する。極板の間隔を d とし、間隔は非常に狭く、電界は一樣に発生し、極板端部の電界の乱れは無視できるとする。極板の間隔方向を単位ベクトル \vec{j} の y 軸方向とし、極板が $y=0$ と $y=d$ の位置にあるとする。このとき極板間の電圧 V は内部の y 方向電界成分から求められ[注4]、

$$V = \frac{Q/S}{\varepsilon} d \quad (1.4)$$

となる。この結果キャパシタンスは

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon \frac{S}{d} \quad (1.5)$$

となる。キャパシタは電荷を蓄積する素子であり、極板間において電界エネルギーを蓄える素子と言える。直流回路として見ると、電荷が蓄積されて一定の電圧が保たれ、電荷の移動がない状態になっているので、電流は流れていない。したがって開放(オープン)回路となる。

注4 電圧 V は内部の y 方向電界成分を基板の厚さ方向に積分することで

$$V = -\int_0^d \vec{E} \cdot \vec{j} dy = -\int_0^d E_y dy = \frac{Q/S}{\varepsilon} d \text{ と求められる。}$$

1.4 インダクタ

インダクタの基本形は一回りする導体線からなるコイルであり、閉回路とかループと呼ばれる。今、一卷きコイル(閉回路の面積 S)を考えて、このコイルに電流 I を流すと、コイル近傍にはアンペアの法則に従う磁界 \vec{H} が発生する。コイルの S 面を鎖交する磁束 Φ (S 面を貫く磁界のうち S 面の法線方向成分)が電流に比例する。この比例定数がインダクタンス L である[注5]。

$$\Phi = LI \quad (1.6)$$

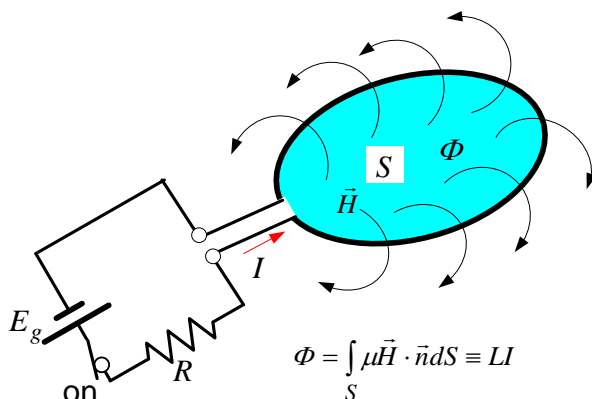


図 1.3 ループを流れる電流が作る磁界 \vec{H} と鎖交磁束 Φ

この結果は、インダクタは直流電流が流れている間は磁界エネルギーを蓄える素子と言える。この直流電流はインダクタ中を一定で流れるが電圧は発生しないので、直流回路では短絡(ショート)回路となる。

素子の消費電力は素子の端子電圧と素子を流れる電流の積で定義されるので、抵抗素子のときのみ電力消費があることになる。

表 1.2 回路素子の直流動作と電磁気学定義

回路素子	直流での動作	電磁気学での定義
抵抗 (抵抗 $R [\Omega]$) ($= 1/G$)	オームの法則: $I = GV$	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$
キャパシタ (キャパシタンス[F])	開放(オープン)回路	蓄積電荷と電圧: $Q \equiv CV$
インダクタ (インダクタンス[H])	短絡(ショート)回路	鎖交磁束と電流: $\Phi \equiv LI$

1.5 交流における回路素子

電圧や電流が時間的に変化するとき、これを広義の交流という。このとき、複雑に時間変化する形状を示すものであっても多数の周波数の正弦波の重ね合わせに分解できる。また、逆に合成可能である。こ

注5 鎖交磁束 Φ は、透磁率を μ とすれば、磁束密度は $\vec{B} = \mu \vec{H}$ であるので、これを面 S にわたって積分することで与えられ、 $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$ と表記される。

の関係は数学的にはフーリエ変換・逆変換の手法で取り扱える。したがって正弦波の取扱いが基本であり、重要であることになる。

前述の回路素子に正弦波電流が流れるとき、直流で定義された電圧と電流がそのまま使用できるかが問題である。

【注】直流と交流の違いは、**直流は大きさ**だけが問題であるのに対し、**交流では大きさ(絶対値)と位相**が問題となる。交流 a と b とが等しいと言うときは、大きさのみならず位相が等しいことが必要である。

表 1.3 回路素子の交流動作と電磁気学定義

回路素子	交流での動作	電磁気学での定義
抵抗 (抵抗 $R [\Omega]$) ($= 1/G$)	オームの法則: $i(t) = Gv(t)$	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$
キャパシタ (キャパシタンス $[F]$)	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	電荷の時間変化が電流 $q(t) = Cv(t) \Rightarrow i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$
インダクタ (インダクタンス $[H]$)	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	鎖交磁束の時間変化は逆起電力の誘導 (ファラデーの誘導則) $\Phi(t) = Li(t) \Rightarrow u(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$

交流は波であり、大きさが時間とともに変化する。回路素子に交流電流が流れたとき、あるいは交流電圧が加えられたとき、電圧と電流の関係はどのようなようになるかを考える。

抵抗:

一般的には、抵抗に角周波数 $\omega = 2\pi f$ の交流電流 $i(t) = I_m \sin \omega t$ が流れたとき、抵抗 R の端子間の電圧 $v(t)$ には位相変化はなく、

$$v(t) = RI_m \sin \omega t \quad (1.7)$$

である。すなわち電圧と電流は同相である。

キャパシタ:

キャパシタに直流電圧 V が加えられ、定常な状態になったとき、キャパシタに蓄えられる電荷 Q との関係は $Q = CV$ であり、電流は流れずキャパシタの両端の電圧が一定の状態に保持される。この電圧が時間変化すると、電荷も時間変化し、電流も時間変化することになるので、交流のときは

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (1.8)$$

の関係になる。これがキャパシタの基本式であり、電磁気学的にはこの電流を**変位電流**と呼ぶ[注6]。

注6 変位電流密度ベクトル \vec{J}_d は、電束密度 $\vec{D} (= \epsilon \vec{E})$ の時間微分 $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ で定義される。

キャパシタに正弦波電圧 $v(t) = V_m \sin \omega t$ が加わると、

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} \{V_m \sin \omega t\} = \omega C V_m \cos \omega t = \omega C V_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (1.9)$$

となり、位相が 90° 進むことになる[注7]。

インダクタ：

コイルに直流電流を流したとき、コイルを流れる電流自体で作る磁界が自身のループ面を鎖交する磁束から、コイルのインダクタンスが定義される。しかし、コイルの端子間には電圧は発生しない。すなわち、抵抗成分を含まない理想的なコイルは、**直流においては短絡(ショート)**と同じであることを示している。時間変化する電流を流したときは、**ファラデーの法則**で説明されている電圧が発生する[注8]。

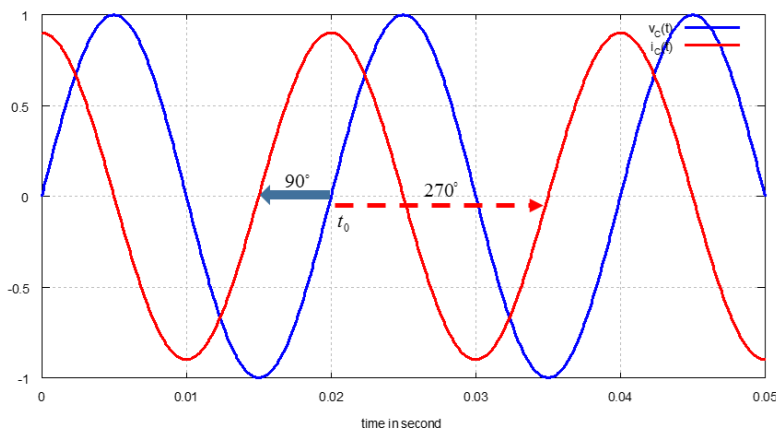
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1.10)$$

これが、インダクタの基本式となる。インダクタに正弦波電流 $i(t) = I_m \sin \omega t$ を流すと、インダクタ端子間には

$$v(t) = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (1.11)$$

と位相が 90° 進む電圧が発生することになる。

【参考】：正弦波表示における位相



この図において、青は \sin (正弦)関数であり、赤は \cos (余弦)関数である。電気回路においては、これらは両方とも正弦波と呼ばれており、その違いは振幅と位相が共に違うことである。正弦波の周期 T は周波数 f の逆数であるが、1 周

期を度数で表現すると周波数に関係なく $360^\circ (= 2\pi \text{ rad.})$ となる。この位相については、例えば、図中の青の $(t_0, 0)$ の点を基準にすれば、この青の挙動は時間が進むと波形は立ち上がっている。これと同じ動きを

注7 $\sin(\omega t + 90^\circ) = \sin \omega t \cdot \cos 90^\circ + \cos \omega t \cdot \sin 90^\circ = \cos \omega t$

注8 ファラデーの法則(誘導則) $v(t) = \frac{d}{dt} \Phi(t) = \frac{d}{dt} \int_S \mu \vec{H} \cdot \vec{n} dS = \frac{d}{dt} \{Li(t)\}$

する赤の個所で最も青に近いの個所は、図の濃い青の矢印の点である。これは青の基準点から 1/4 周期、即ち $90 (=360/4)$ 度前にある。このとき、赤の波は青の波より 90 度位相が進んでいるという。

フェーザ法と位相表現

フェーザ法は、正弦波の電圧電流を取り扱うとき、『大きさ(振幅)と位相を同時に表現する手法』として複素(ガウス)平面において、オイラーの関係式を用いるものである。

【注】フェーザ法は正弦波定常状態での回路解析手法である。

複素(ガウス)平面では、横軸を実軸、縦軸を虚軸(j 軸)として複素数を表現する平面である。電気系においては平方すると -1 となる虚数単位を $j(=\sqrt{-1})$ で表現する。今、ある複素数 A の実部が a 、虚部が b であるとき、 $A=a+jb$ と表現する。この複素平面での表現は、 $a, b > 0$ とすれば図のように第 1 象限である。

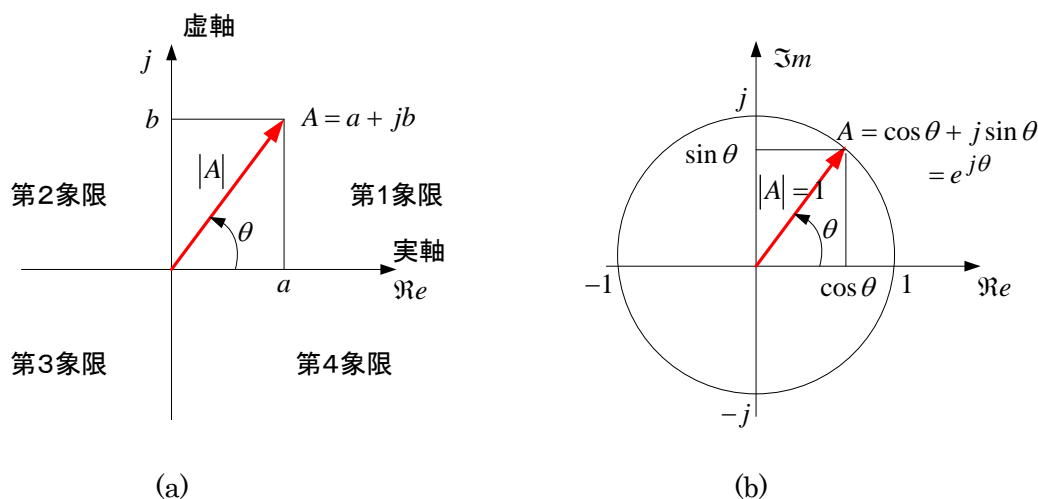


図 1.4 複素平面(a)と複素平面上の単位円(b)

ここで、図 1.4 に表現した複素数 A の長さは $|A|=\sqrt{a^2+b^2}$ であり、これを複素数 A の大きさ又は絶対値と呼ぶ。また、実軸と複素数 A とのなす角 $\theta(=\tan^{-1}(b/a))$ を数学用語では偏角、電気系ではこれが位相(角)に対応している[注9]。右図(b)は複素平面における半径 1 の円(単位円)を示しており、円周上の複素数はどこでも絶対値が 1 であり、位相角 θ で表現すると、

$$\cos \theta + j \sin \theta = e^{j\theta} \quad (1.12)$$

注9 $\tan \theta = (b/a)$ のとき、この逆関数を $\theta = \arctan(b/a) = \tan^{-1}(b/a)$ で表現する。この角度は左回りが正の方向であり、位相が進む方向である。

と『オイラーの関係式』で表現される。すなわち θ が $0 \sim 360^\circ$ ($0 \sim 2\pi$ (rad))まで変化することが円周上を1周することである。以上のことから、大きさ(絶対値)が同じでも位相角が異なる複素数は、違うものであることが理解できる。

電気系においては一般に正の実軸を位相の基準に考え、左回りする方向を位相の正方向、右回りする方向を負方向としている。このことから、同相(位相差がゼロ)とは、同じ軸上に存在する成分を意味している。180°の位相差とか逆相あるいは逆符号とは、向きが反対になることである。例えば、正の実軸方向成分と負の実軸方向成分はこの関係にある。また、位相が90°進む成分とは、例えば正の実軸上の成分と比べると正の虚軸上に成分があることであり、位相が90°遅れることは負の虚軸上の成分となることである。以上のことから、一般に複素数 A は

$$A = a + jb = |A|e^{j\theta} \quad (1.13)$$

と表現できることになる。

正弦波交流($\sin \omega t$ あるいは $\cos \omega t$)を複素平面で考える。複素平面での位相を $\theta = \omega t$ とすると、電圧あるいは電流を時間微分することは、(1.9)や(1.11)から分かるように位相 θ が90°進むことである。また積分は微分の逆演算操作であるので、正弦波交流回路での素子動作は時間微分と時間積分で表現される。これを複素平面で考えると、周波数は変化せずに

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow j\omega \quad , \quad \int_{0+}^t dt' \Rightarrow \frac{1}{j\omega} \quad (1.14)$$

と変換[注10]することになる。この結果、正弦波交流の電圧や電流に関する回路方程式が、複素平面で取り扱うと、微分や積分を含まずに、代数的に解析することが出来ることになる。この手法がフェーザ法である。

注10 $\int \sin \omega t \, dt = -\frac{1}{\omega} \cos \omega t = \frac{1}{\omega} \sin(\omega t - 90^\circ) = \frac{1}{\omega} (\sin \omega t \cdot \cos 90^\circ - \cos \omega t \cdot \sin 90^\circ)$ となる。オイラーの関係式を用いると微分操作は $\frac{de^{j\omega t}}{dt} = j\omega e^{j\omega t}$ 、積分操作は $\int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}$ となる。

表 1.4 回路素子の正弦波交流の実時間表示とフェーザ表示

回路素子	正弦波交流の実時間表示	フェーザ表示
抵抗 (抵抗[Ω]) (=1/G)	$v(t) = V_m \sin(\omega t)$ のとき、 $i(t) = GV_m \sin(\omega t)$	$V = RI$, $I = GV$
キャパシタ (キャパシタンス[F])	$v(t) = V_m \sin(\omega t)$ のとき、 $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = \omega CV_m \cos(\omega t)$ $= \omega CV_m \sin(\omega t + 90^\circ)$	$I = j\omega CV$, $V = \frac{1}{j\omega C} I$ $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, $Y_C = j\omega C$
インダクタ (インダクタンス[H])	$i(t) = I_m \sin(\omega t)$ のとき、 $v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \omega LI_m \cos(\omega t)$ $= \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$	$V = j\omega LI$, $I = \frac{1}{j\omega L} V$ $Z_L = j\omega L$, $Y_L = \frac{1}{j\omega L}$

上記の性質は、素子が大きく(長く)ても、周波数が高くなっても成立するかが問題になる。すなわち正弦波は波であり、波が伝わっていくに要する時間(伝搬時間)はゼロではなく、有限な値である。これは伝搬遅れ(位相遅れ)が発生しているのではないか、という疑問である。

この問題を次のモデルで考える。回路素子に流入する電流を $i_{in}(t) = I_m \sin \omega t$ とすれば、流出する電流 $i_{out}(t)$ は長さ l を伝搬する速度を v_0 とすれば、伝搬時間は $\tau (= l/v_0)$ となるので、

$$i_{out}(t) = I_m \sin \omega(t - \tau) = I_m \sin \left(\omega t - \omega \frac{l}{v_0} \right) = I_m \sin \left(\omega t - 2\pi \frac{l}{\lambda} \right) \quad (1.15)$$

となる。ここで伝搬速度 v_0 と周波数 f と波長 λ との関係式 $v_0 = f\lambda$ を用いている。このとき、流出入する電流が等しいためには、位相が等しい必要があるので、

$$l/\lambda \rightarrow 0 \quad (1.16)$$

となる条件が必要となる。この究極の条件は回路素子が点であることになるので、このような回路素子を「**集中定数素子**」という。一般の電気回路では集中定数素子を用いている理論で成立していることになる。

この条件を満足しないときは、**分布定数素子**という。その代表例が分布定数線路、伝送線路である。

電力

電気回路における電力は、次のような物理量である。直流においては、電流と電圧は時間的に変化しない量であり、この積で与えられる電力も時間変化しない量である。これに対し、交流では電流 $i(t)$ や電圧 $v(t)$ は時々刻々変化するので、このときの電流と電圧の積をとった電力 $p(t)$ も時々刻々変化する。この瞬時電力 $p(t)$ を 1 周期 T にわたって平均した電力 $\overline{p(t)}$ を用いる。これを平均電力という。

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t') dt' = \frac{1}{T} \int_0^T v(t') i(t') dt' \quad (1.17)$$

この平均値の意味は、直流に換算したときの値を示している。

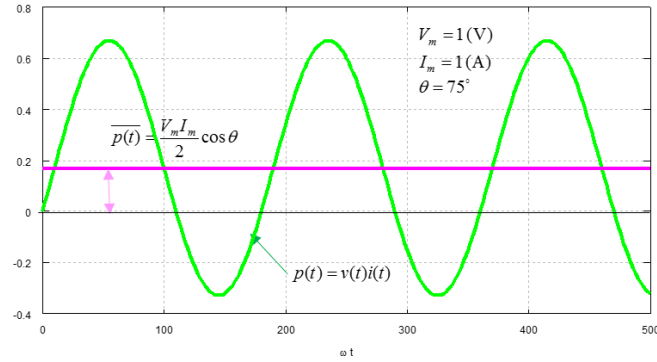


図 1.5 瞬時電力と平均電力

正弦波のときは、電圧を $v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_1)$ 、電流を $i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_2)$ として位相差 $\theta = \theta_1 - \theta_2$ があるとすれば、

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t') dt' = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \theta \quad (1.18)$$

であり[注¹¹]、実効値の電圧と電流の積に位相差の余弦($\cos \theta$ を **力率** という)を掛けたものになる。通常我々が電力と称するときは、この平均値を言う。

キャパシタやインダクタでは、正弦波交流では電圧と電流間の位相差は 90° であるので、平均電力はゼロとなる。 50 Hz ($T = 20 \text{ ms}$) の正弦波で振幅が 1 の場合のキャパシタとインダクタの瞬時電力の変化を見ると、次図となる。

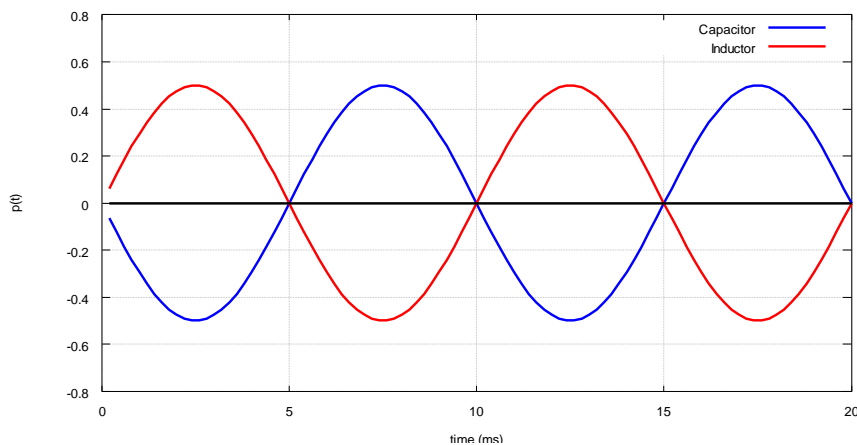


図 1.6 キャパシタとインダクタの瞬時電力

注¹¹

$$\begin{aligned} \overline{p(t)} &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t') dt' = \frac{V_m I_m}{T} \int_0^T \cos(\omega t' + \theta_1) \cos(\omega t' + \theta_2) dt' = \frac{V_m I_m}{2T} \int_0^T \{\cos(\theta_1 - \theta_2) + \cos(2\omega t' + \theta_1 + \theta_2)\} dt' \\ &= \frac{V_m I_m}{2T} \int_0^T \cos(\theta_1 - \theta_2) dt' \end{aligned}$$

この図からキャパシタとインダクタでは瞬時電力は $\cos(2\omega t)$ で変化していることが分かり、ある 1/4 周期の区間は正の電力で、次の 1/4 周期区間は負の電力というように正負を繰り返している。すなわちエネルギーの授受を繰り返していることになる。このことからキャパシタとインダクタは作用・反作用的動作をする意味のリアクタンス素子と呼ばれている。

正弦波交流回路においてはフェーザ法(複素表示法)が用いられる。このときの電力の表現は複素電力(ここでは \bar{P} で表現する)といい、次のように定義される。

$$\bar{P} = \frac{1}{2} VI^* \quad (1.19)$$

ここで、上部添え字の「*」は共役複素数を意味している。例えば、電圧のフェーザ表示を $V = V_m e^{j\theta_1}$ 、

電流のフェーザ表示を $I = I_m e^{j\theta_2}$ とすれば、

$$\bar{P} = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} V_m e^{j\theta_1} I_m e^{-j\theta_2} = \frac{V_m I_m}{2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \{\cos\theta + j\sin\theta\} \quad (1.20)$$

となり、複素電力の

$$\text{大きさ(絶対値)} \quad |\bar{P}| = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{を皮相電力([VA])、} \quad (1.21)$$

$$\text{実部} \quad \Re\{\bar{P}\} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\theta \quad \text{を有効電力または実効電力([Watt])、} \quad (1.22)$$

$$\text{虚部} \quad \Im\{\bar{P}\} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin\theta \quad \text{を無効電力([Var])} \quad (1.23)$$

という。瞬時電力を 1 周期にわたって平均した「平均電力」は「有効電力」に等しい。これが実際に消費される電力である。

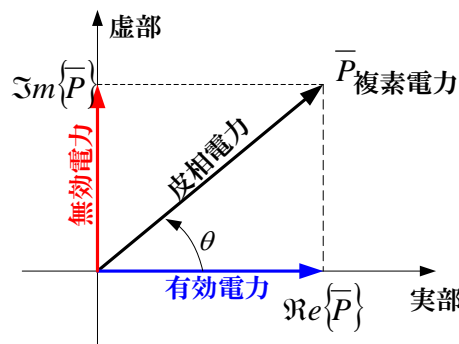


図 1.7 複素電力

抵抗を考えると、フェーザ表示の電圧 V_R と電流 I_R の関係は

$$I_R = \frac{V_R}{R} \Rightarrow \bar{P}_R = V_R I_R^* = V_R \frac{V_R^*}{R} = \frac{|V_R|^2}{R} \Rightarrow \Im\{\bar{P}_R\} = 0 \quad (1.24)$$

となり、虚部はゼロとなり実部(有効電力)だけとなる。

キャパシタの場合は、フェーザ表示の電圧 V_C と電流 I_C の関係から

$$I_C = j\omega C V_C \Rightarrow \overline{P_C} = V_C I_C^* = V_C (-j\omega C V_C^*) = -j\omega C |V_C|^2 \Rightarrow \Re\{\overline{P_C}\} = 0 \quad (1.25)$$

となり、キャパシタ自体では電力の消費が無いが無効電力は有していることを示している。同様にインダクタの場合も

$$V_L = j\omega L I_L \Rightarrow \overline{P_L} = V_L I_L^* = (j\omega L I_L) I_L^* = j\omega L |I_L|^2 \Rightarrow \Re\{\overline{P_L}\} = 0 \quad (1.26)$$

となり、電力の消費はないが無効電力は有している。

2. 伝送線路の基礎

抵抗、キャパシタ(容量)、インダクタ(コイル)などと電気回路で使用される回路素子は交流回路で使用するときは、前述したように素子の大きさが無視される**集中定数素子**で近似されている。これらの回路素子を接続する配線はどう取り扱うのが問題となる。まず次の思考実験を考えよう。

図 2.1 に示すように東京駅に直流電圧源を、新橋にスイッチを置き、無損失の 2 本線を博多まで張り、その途中の横浜、静岡、名古屋、大阪、博多に図に示す線の途中に豆電球を付けた。

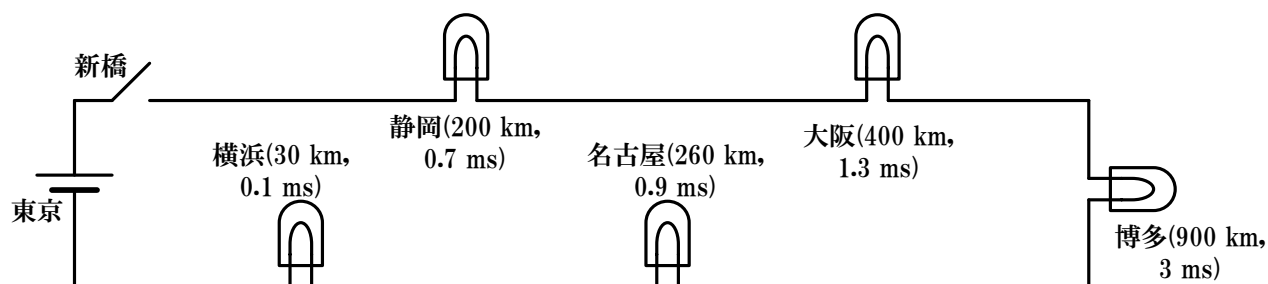


図 2.1 東京博多間の 2 本線路の途中に豆電球を接続するモデル

問 1. 新橋のスイッチを入れたら、豆電球はどの順番に点灯していくでしょうか？

- (1) 無損失だから、全て同時に点灯する。
- (2) 電流は一回りして流れるので、静岡→大阪→博多→名古屋→横浜の順に点灯する。
- (3) 電流が一回りした後(博多までの往復時間の後)に全てが同時に点灯する。
- (4) 東京駅に近い方から順々に点灯する。

問 2. 博多の豆電球が取り外されているにも関わらず、新橋のスイッチを入れた。豆電球は一瞬でも点灯するでしょうか？

次に、発電所で発生した電気(電圧や電流)は、電線の先に何がつながっているか分からないのに、最初にもどの程度の電気を送りだせば良いか、どうして分かるのか？ 次の図はこれを最も簡単化したモデルである。

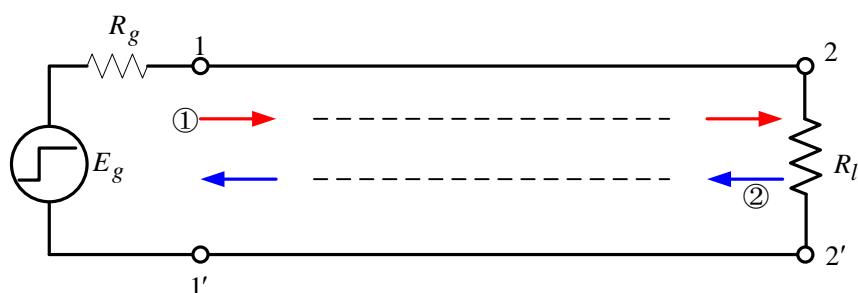


図 2.2 発電所で発生した電気は？

(注：赤い矢印は進行波を、青い矢印は後退波を表しており、赤い矢印が 1-2 のプラス側線を、青い矢印が 1'-2' のマイナス側線を通る電流を表すものではない)

電源電圧は大きさ E_g のステップ電圧($t=0$ の瞬間に電圧が E_g となり、後はこの値を保持する電源電圧を意味し、直流電圧を $t=0$ で印加することに相当する)であり、電源の内部抵抗を R_g とする。これに長い 2 本線が接続され、終端には抵抗 R_l が接続されているとする。

電源は、 $t=0$ の瞬間において、線の終端にはどの程度の抵抗 R_l が接続されているか知らない。電源が知り得るのは、内部抵抗 R_g と 1-1' 端子に 2 本線が接続されていることである。例えば、電源に 2 本線が接続されていることを、内部抵抗と同じ抵抗が接続されていると見なすと、

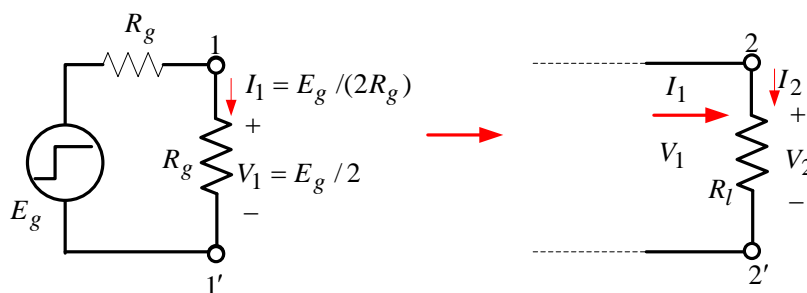


図 2.3 発電所で発生し、最初に流れ出す電気は

1-1' 端子では、電圧が $V_1 = E_g / 2$ 、電流が $I_1 = E_g / 2R_g$ として①の電気が終端側に向けて流れ出す(これを進行波または入射波と言う)。これがある時間(伝搬時間 τ)経過して終端側に到達すると負荷抵抗が R_l である。このとき $R_l \neq R_g$ であると、相性が悪い状態である。すなわち、2-2' 端子では V_1 の電圧が到達してそのまま V_2 となるとすれば、発生する電流は $I_2 = E_g / (R_g + R_l)$ となり、1-1' 端子から送られてきた電流 I_1 とは異なる。 I_1 の電流がそのまま I_2 になるとすれば、電圧は $V_2 = E_g \{R_l / (2R_g)\}$ となり、1-1' 端子から送られてきた電圧 V_1 とは異なる。この加不足のある情報成分②が電源側に戻っていくことになる(これを後退波または反射波という)。②の成分が電源に戻ってくると(時間 2τ が経過すると)この修正が行われ、1-1' 端子での電圧が $E_g \{R_l / (R_g + R_l)\}$ 、電流が $E_g / (R_g + R_l)$ となる。

⇒ これらを理解するためにモデル実験を実施する。この厳密な説明は「2.9 時間領域」で述べる。

線を伝わる電圧・電流は波(波動)であることを認識することが重要である。また、このときの電圧・電流は波動であるにも関わらず直流と同じ定義でいいのかという問題が発生する。これらの理由を理解することが重要である。まず、正弦波信号での現象から始める。

【注】：フェーザ法とは正弦波定常状態の現象を取り扱う手法である。

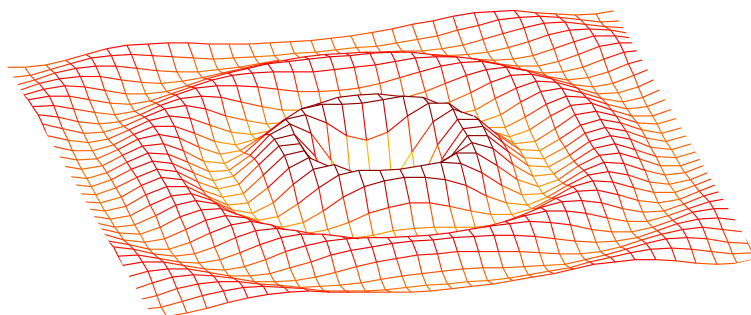
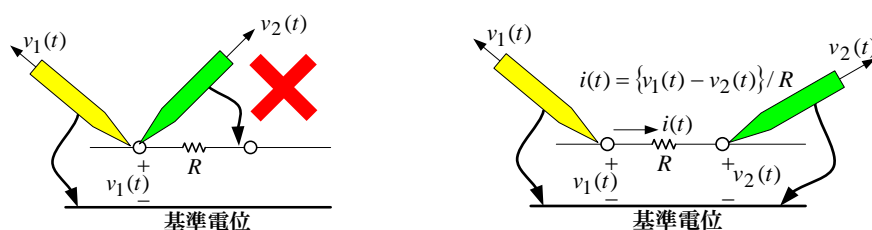


図 2.4 静かな水面の池に石を投げ入れたときに広がっていく波の様子

課題 1 次のように長さ約 1 m のビニール被覆線 2 本を配線に使った回路において、終端条件を変えたとき、表記された問題点を考察・確認せよ。ここで正弦波電圧源であり、図中 $R=10\ \Omega$ である。

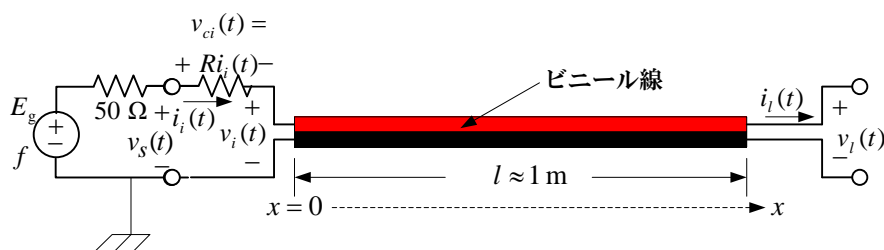
【注】：時間の関数で表示される時間領域電圧は $v(t)$ と小文字で表現されている。これをフェーズ表示するとき、ここでは単に V と大文字で表示する。また、伝送線路のように場所の関数となるときは、例えば x 点の線路電圧をフェーズ表示するときは $V(x)$ あるいは V_x のように表示する。ただし、 $x=0$ (始端)と $x=l$ (終端)のときをそれぞれ、 $V(0)=V_i$ 、 $V(l)=V_o=V_l$ と表記し、入力(input)と出力(output)または負荷(load)を意味する添え字にしたりする。

【注】：ここで使用するオシロスコープでは、各測定プローブのグラウンド端子は共通電位になっている。このため線路を流れる電流測定を、導体線に挿入した抵抗を用いて換算する手法を用いるとき、抵抗の端子間電圧の測定は出来ない。

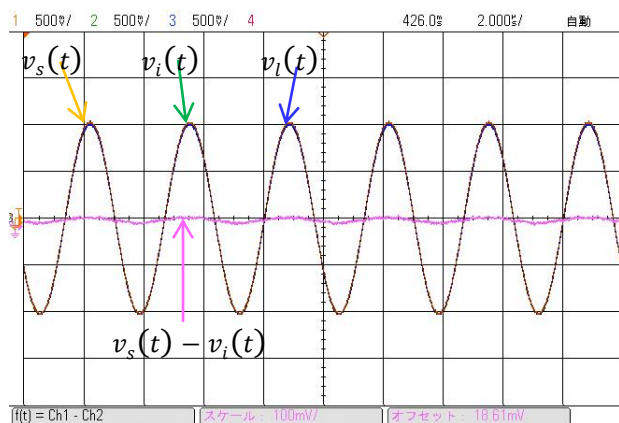


そのため、この電圧は、基準電位となる箇所と抵抗端子間の電圧を測定し、その差から抵抗端子間電圧を測定している。したがって**電流は**、この差電圧を抵抗値で割った値であるので、**差電圧に比例**することになる。ここでは**電流値を差電圧値で代用表現**している。

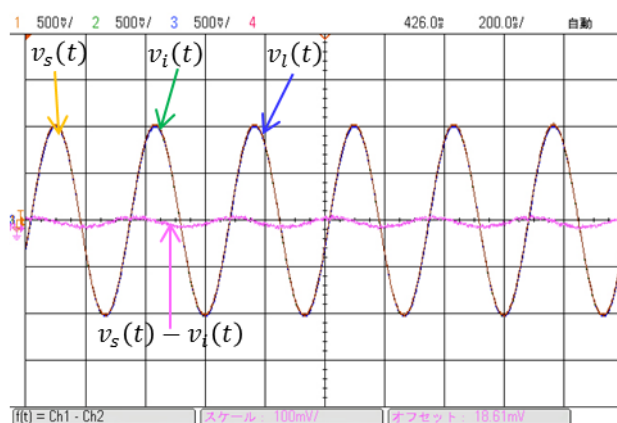
(a) 線路の終端が開放である回路



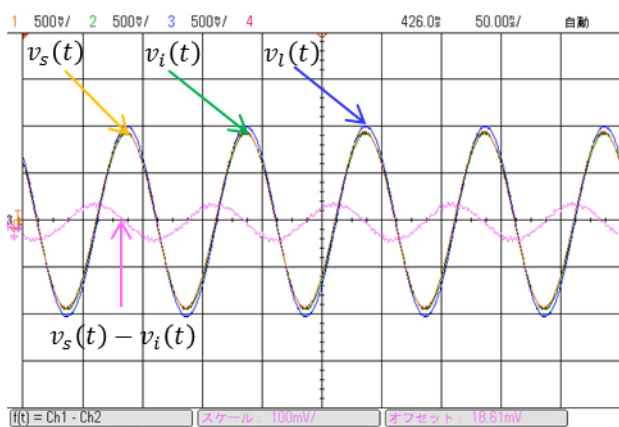
(a) 配線図



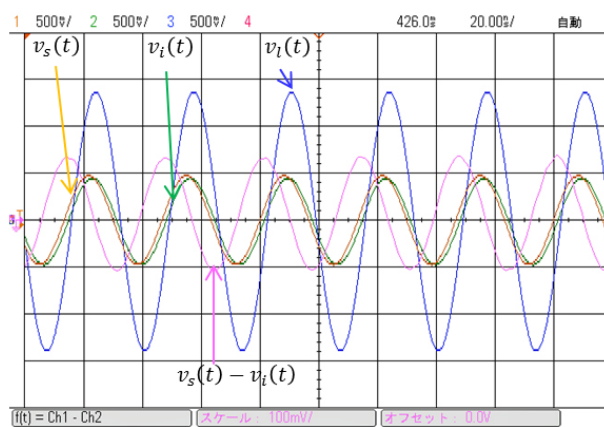
(b) 300 kHz



(c) 3 MHz



(d) 10 MHz

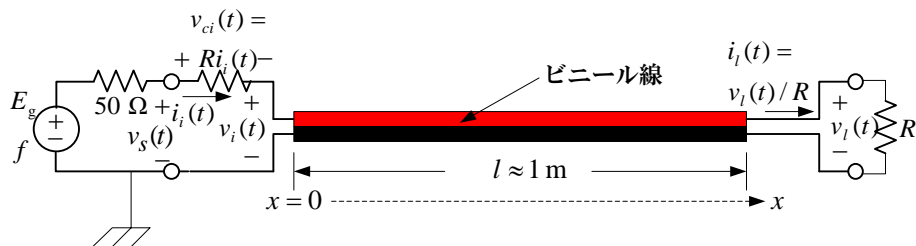


(e) 30 MHz

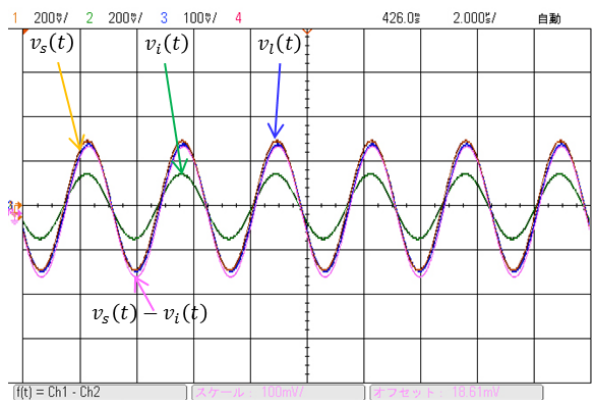
図 2.5 終端開放線路での特性

終端開放線路の終端電圧と入力端電圧が周波数によって異なること。終端が開放に関わらず線路への入力電流も周波数が低い場合は非常に小さいが、周波数によっては増大すること、などを確認。

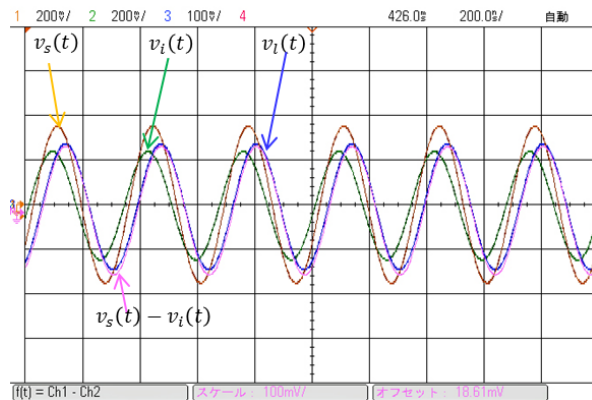
(b) 終端が抵抗負荷($R=10\ \Omega$)



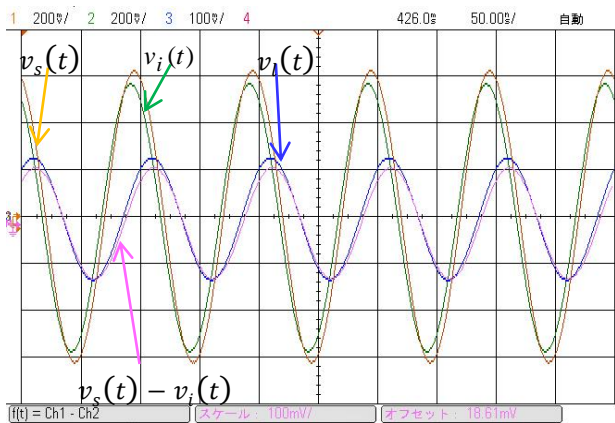
(a)回路図



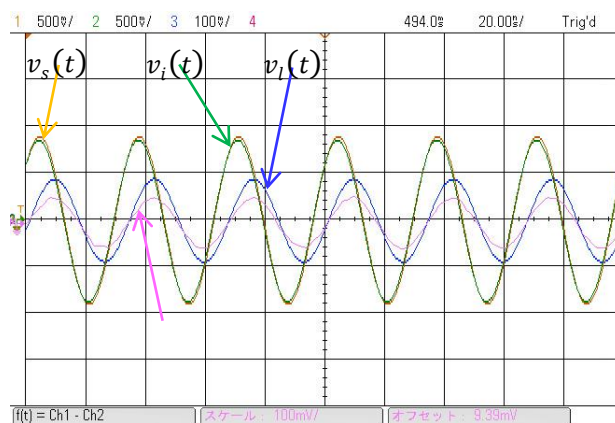
(b) 300 kHz



(c) 3 MHz



(d) 10 MHz



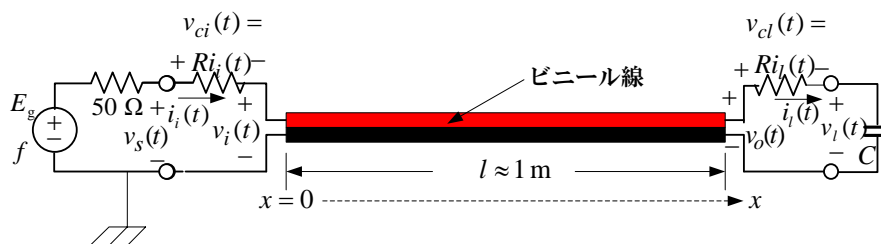
(e) 30 MHz

図 2.6 終端抵抗負荷線路の入出力電圧特性

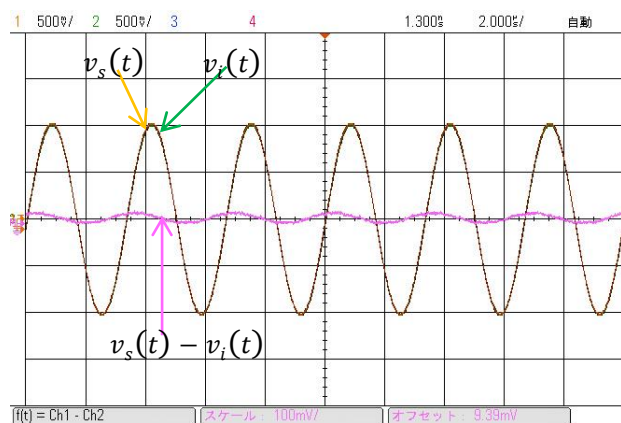
フェーズ表示で、 $V_i = V_l$ 、 $I_i = I_l$ ($V_{ci} = V_l$) とならないのは何故？

終端開放線路の場合と大きな違いは何か？また、その原因は何が考えられるか？

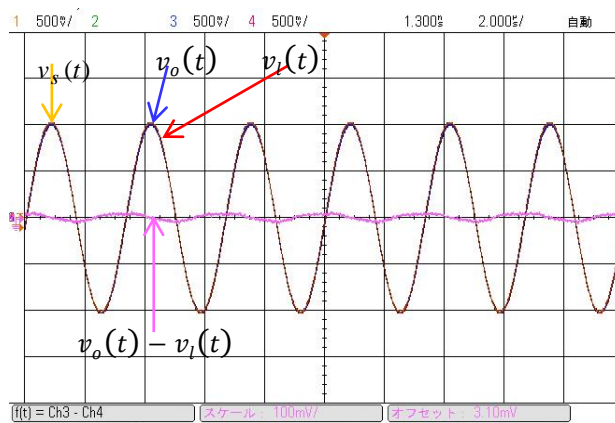
(c) 終端がキャパシタ負荷($C = 457$ pF)



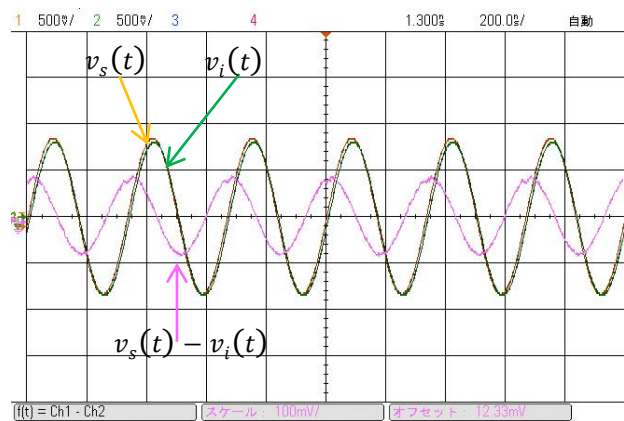
(a)



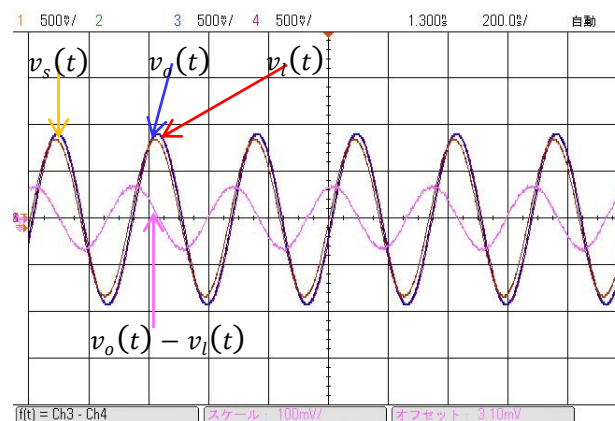
(b) 300 kHz での入力端



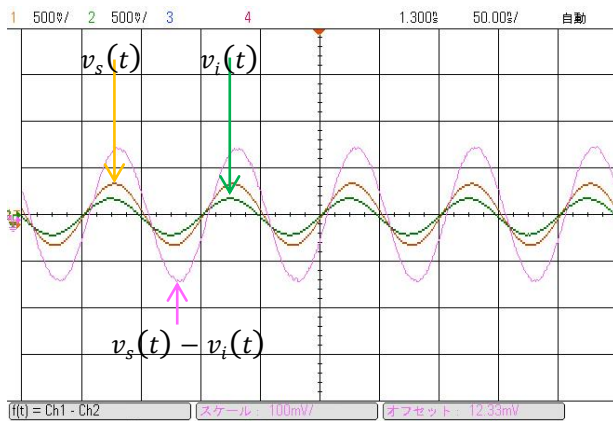
(c) 300 kHz での出力端



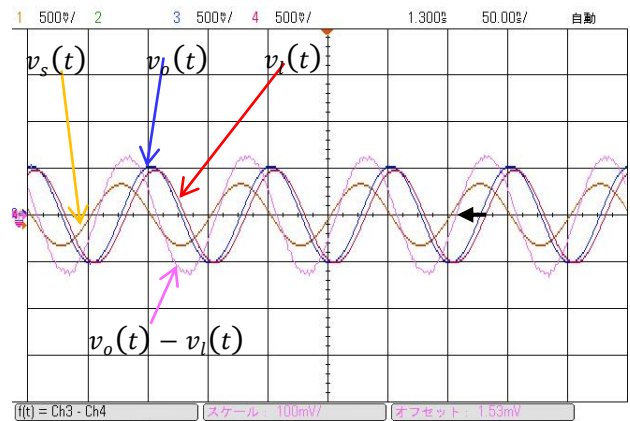
(d) 3 MHz での入力端



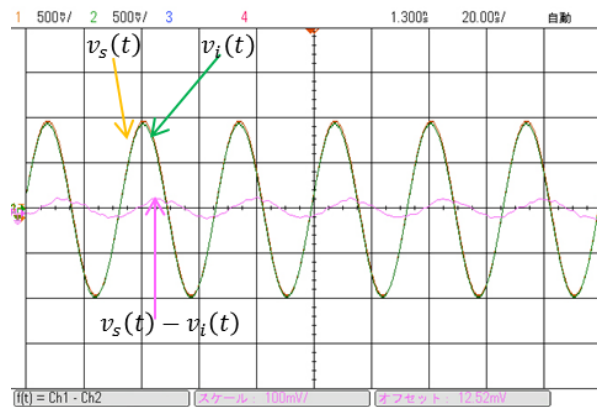
(e) 3 MHz での出力端



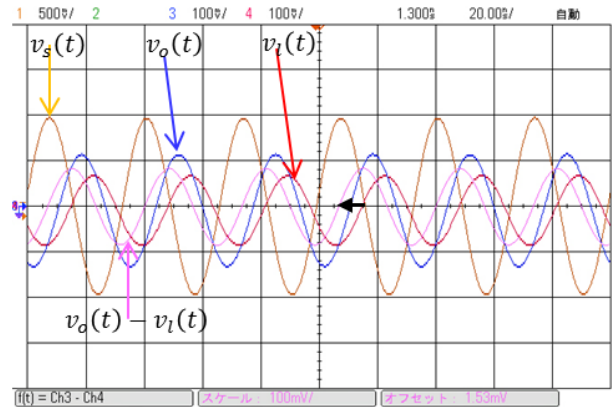
(f) 10 MHz での入力端



(g) 10 MHz での出力端



(h) 30 MHz での入力端



(i) 30 MHz での出力端

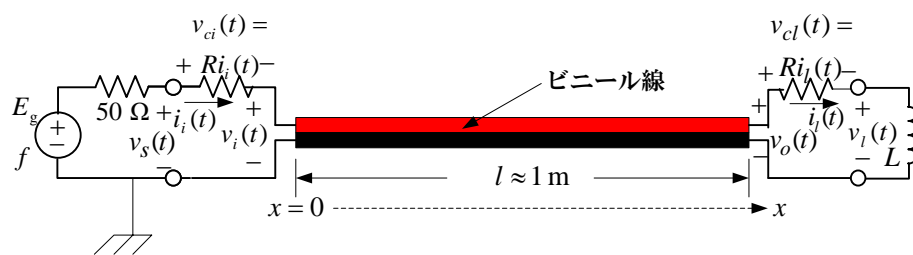
図 2.7 終端キャパシタ負荷線路の入出力電圧特性($C = 457 \text{ pF}$)

フェーズ表示で、 $V_i \neq V_l$ であるのは、何故？

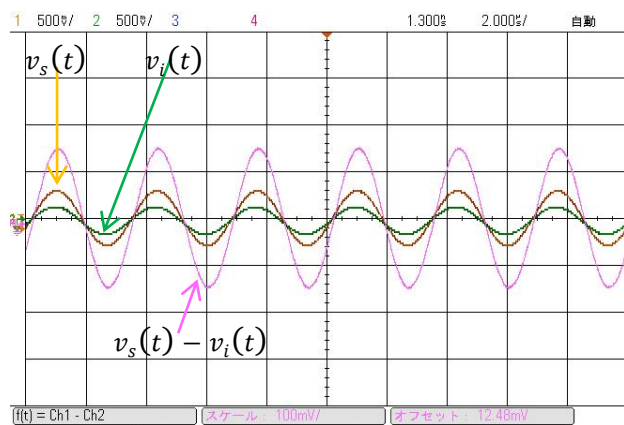
負荷端子でのキャパシタンスの端子電圧と電流の位相関係は？

また、入力端子でも同じか？

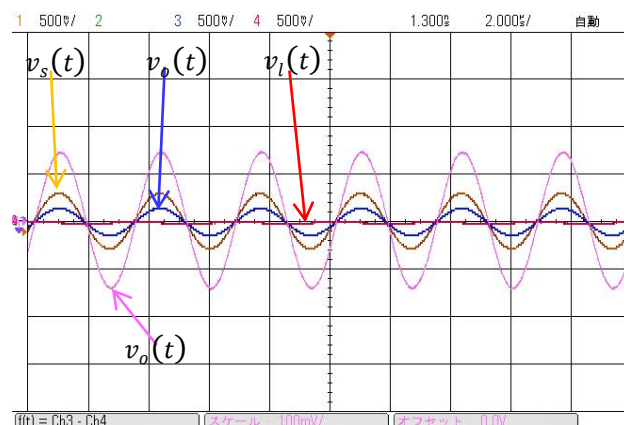
(d) 終端がインダクタ負荷($L = 0.63 \mu\text{H}$)



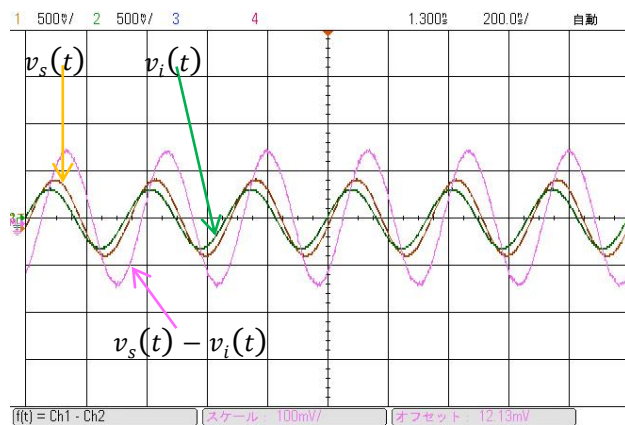
(a)



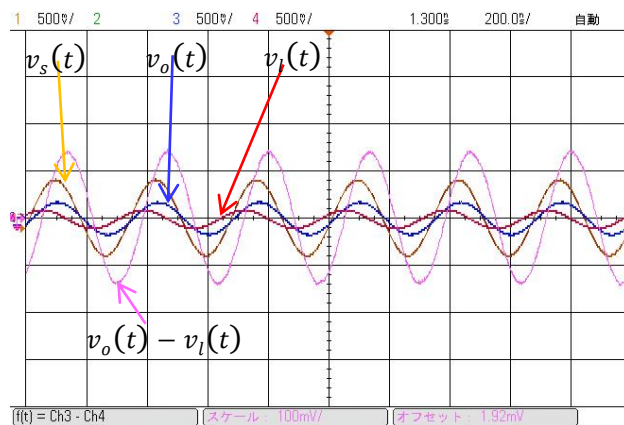
(b) 300 kHz での入力端



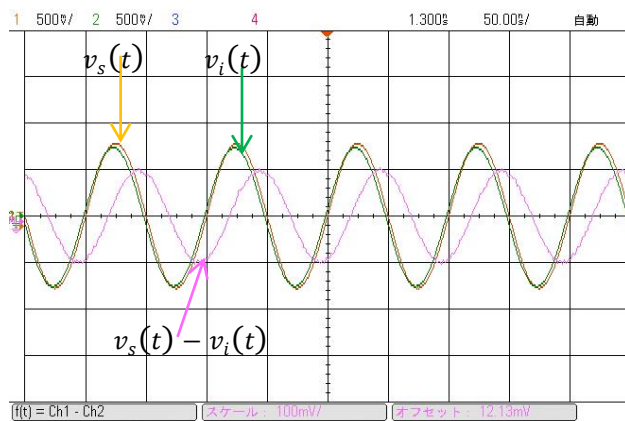
(c) 300 kHz での出力端



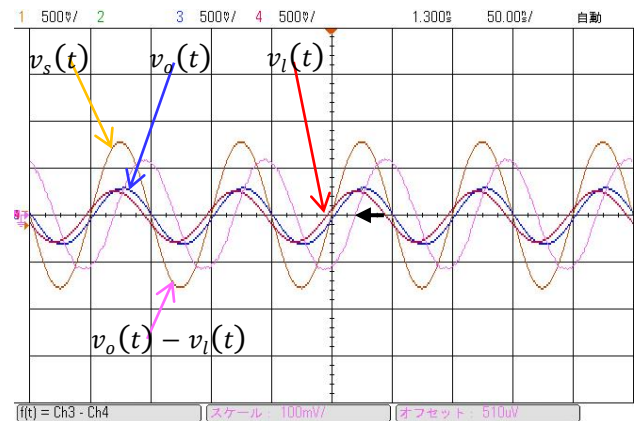
(d) 3 MHz での入力端



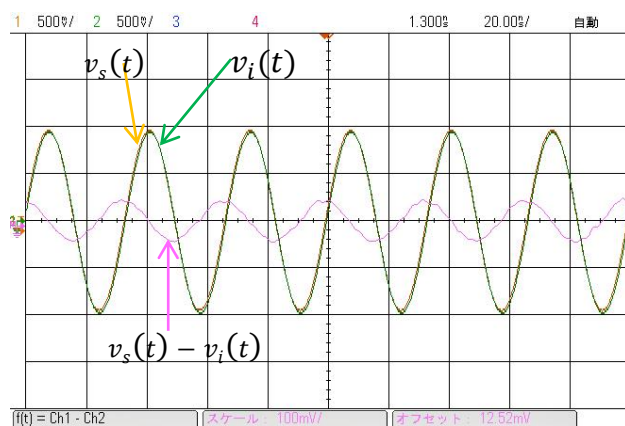
(e) 3 MHz での出力端



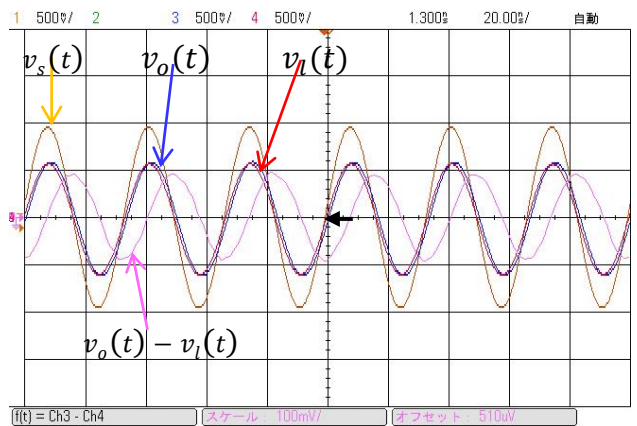
(f) 10 MHz での入力端



(g) 10 MHz での出力端



(h) 30 MHz での入力端



(i) 30 MHz での出力端

図 2.8 終端インダクタ負荷線路の入出力電圧特性($L = 0.63 \mu\text{H}$)

フェーザ表示で $V_l = 0$, $I_i = I_l$ は成立しない。何故か

終端においてインダクタンスの端子電圧と電流との位相関係は、成立しているか？

そのとき、入力端子でもその関係は同じか？

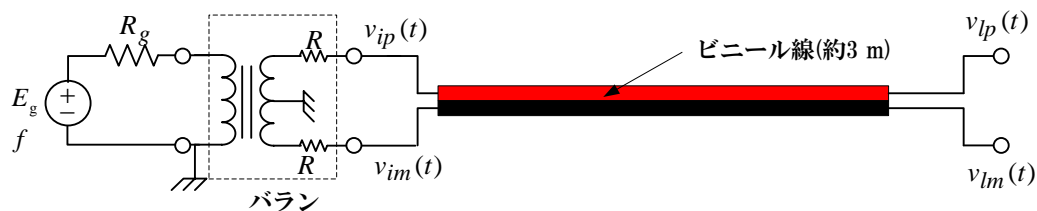
課題 1 の意図

直流とは異なる線路系の現象を認識すること：波長と線路長との関係、開放終端と短絡終端の意味と動作、キャパシタとインダクタの負荷での現象などであり、これらを理解する必要がある。

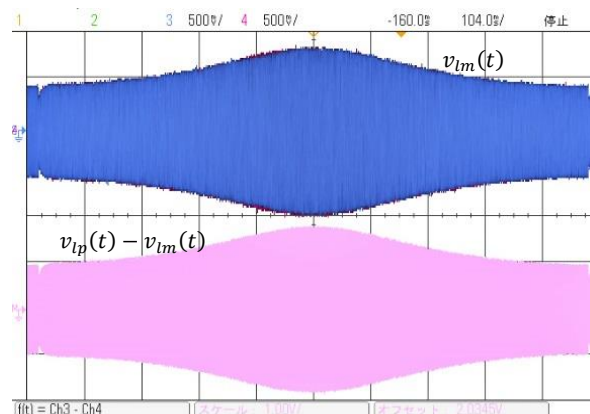
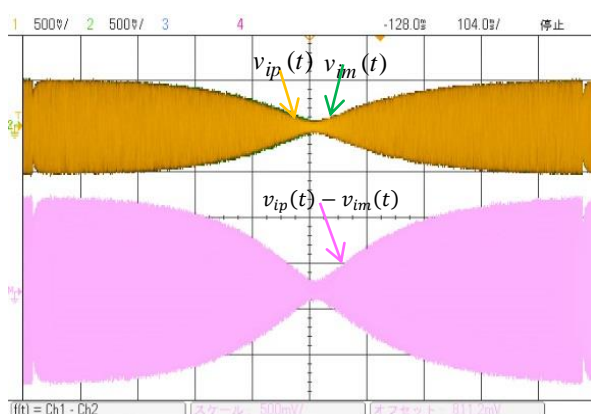
2.1 伝送線路はLC素子の集合

次の図 2.9 は、一定の線路長(l)の 2 本線路の一端を正弦波電源に接続し、他端を開放にしたとき、線路の始端($x=0$)と終端($x=l$)の電圧をオシロスコープで測定したときの結果である。

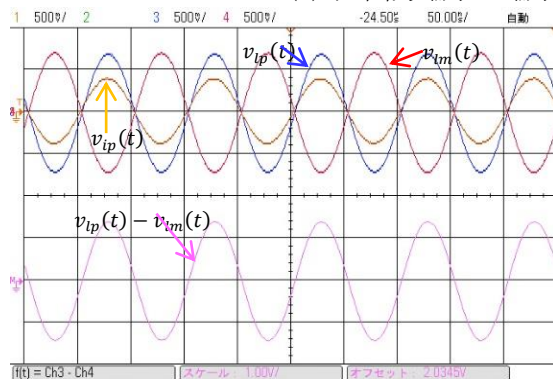
(【注】：ここで実験に使用するバラン(平衡不平衡変換器)は 2.3 において詳述する)



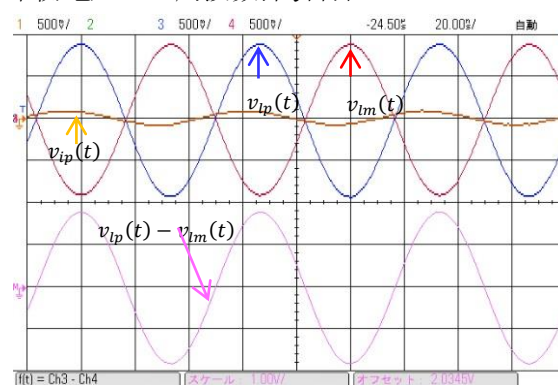
(a) 終端開放線路



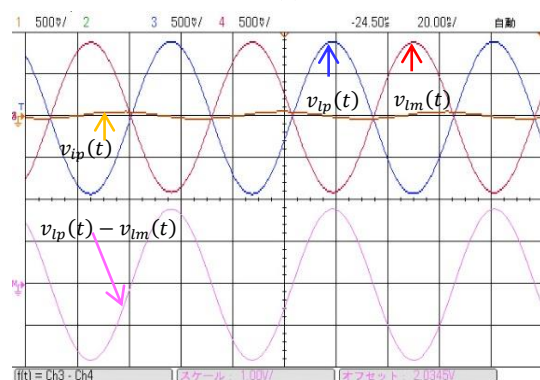
(b) 入出力端子の端子電圧と平衡電圧での周波数掃引特性



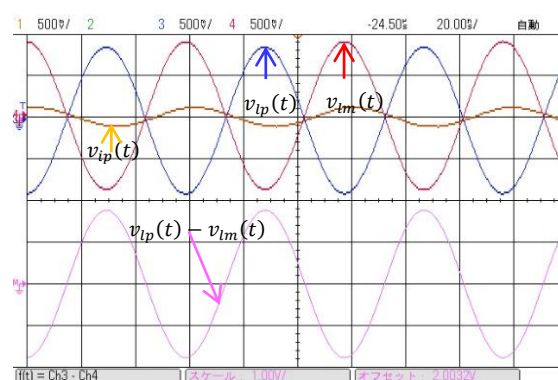
(c) 10 MHz



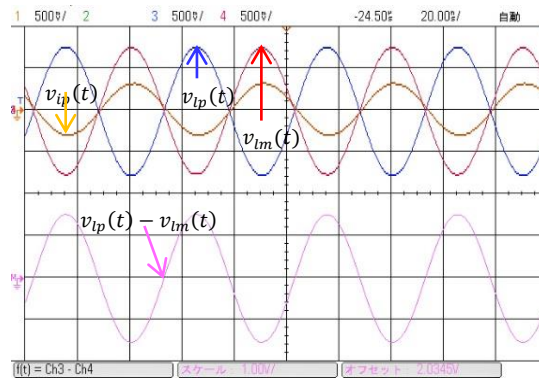
(d) 15 MHz



(e) 16 MHz



(f) 17 MHz

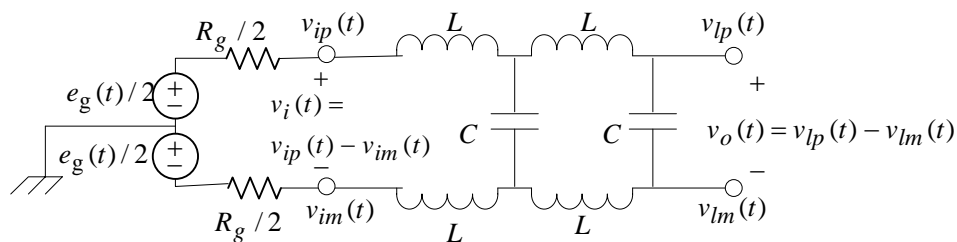


(g) 20 MHz

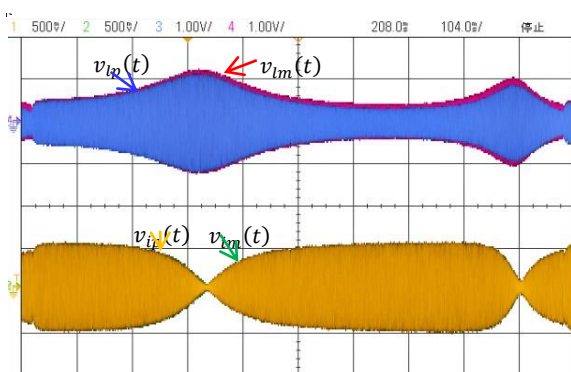
図 2.9 有限長(300 mm)2 本線の開放端子での電圧特性

上図の結果は、周波数が低い場合は始端の電圧 $V(0)$ と終端の電圧 $V(l)$ は完全に一致しているが、周波数が高くなってくると(波長が短くなってくると)、振幅も変化しているが、位相が遅れてくる様子が理解できる。また、特に入力端での電圧および平衡電圧が非常に小さく(理想的にはゼロ)となっている周波数が存在していることである。線路の終端が開放(オープン)であるにも関わらず、ある周波数では入力端での電圧がゼロになる。すなわち入力インピーダンスがゼロになることであり、その周波数では電流が非常に大きくなっている。この状態は直列共振が発生していることを意味している。この実験での線路例では約 16 MHz で共振していることが観測されている。

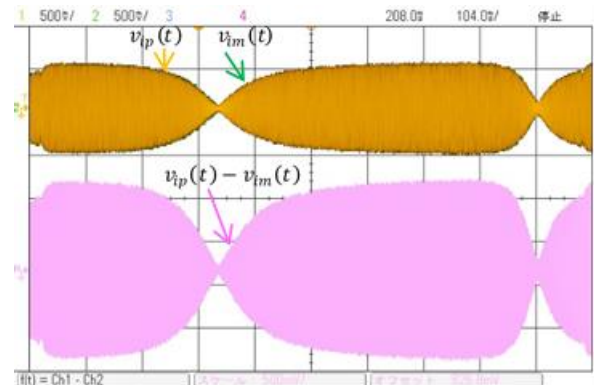
次の図のように直列素子として L ($\approx 1.1 \mu\text{H}$) を並列素子として C ($\approx 56 \text{ pF}$) からなる回路を縦続に接続した回路(一般には多段接続回路という)での入出力端子の電圧を測定する。



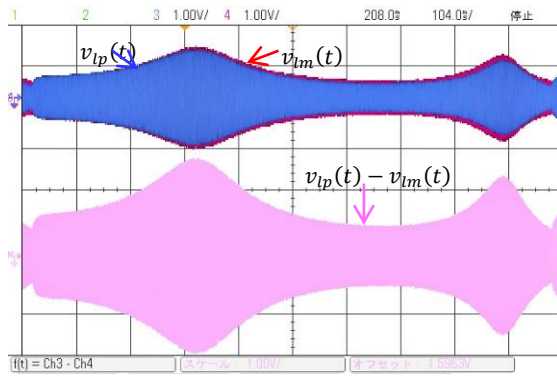
(a)



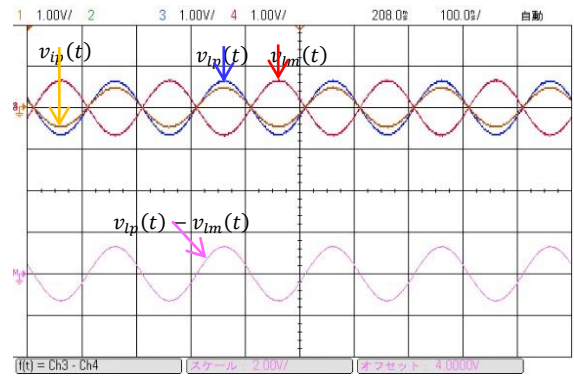
(c) 入出力電圧の周波数掃引特性



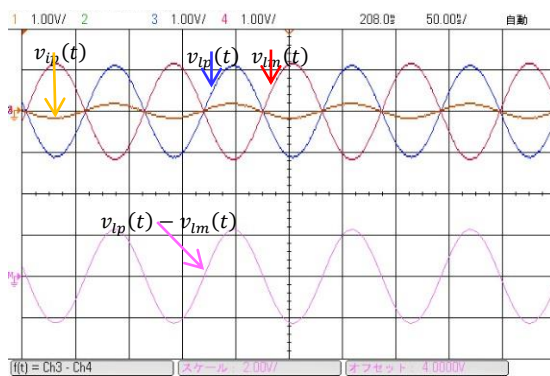
(d) 入力端子の平衡電圧の周波数掃引特性



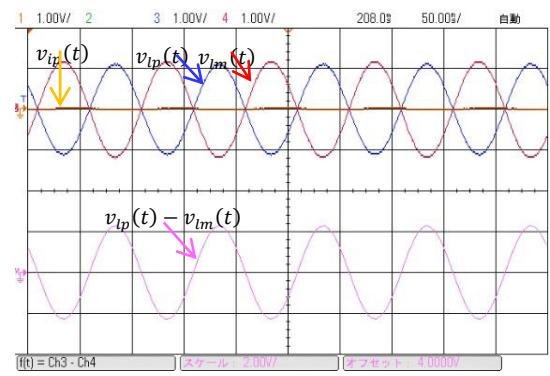
(e) 出力端子の平衡電圧の周波数掃引特性



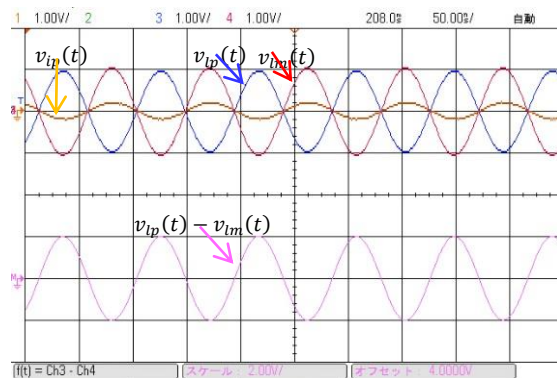
(f) 5 MHz



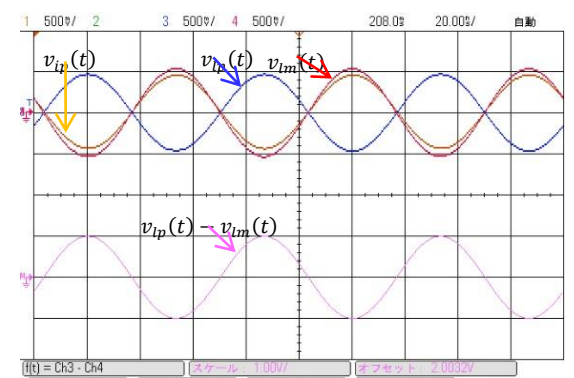
(g) 9 MHz



(h) 10 MHz



(i) 11 MHz



(j) 15 MHz

図 2.10 LC の縦続接続回路での電圧例($L \approx 1.1 \mu\text{H}$, $C \approx 56 \text{ pF}$ のとき)

この測定結果は、共振周波数が 10 MHz と 27 MHz の 2 か所に存在しているが、図 2.9 で得られた特性が繰り返されているのみで、基本的に同じ特性を示している。

この結果から配線もインダクタンス素子とキャパシタンス素子が連なった長い素子であると言える。インダクタンスとキャパシタンスは必然的に位相の変化を引き起こす素子であることを示した。したがって位相を変化させている素子が連続的に分布しているのが配線であり、交流ではさらに波が伝搬してい

ることになる。

回路基板のトレース線路や同軸線路などが上述したような特性をもつ素子の範疇にあり、一般には**伝送線路(transmission line)**という。

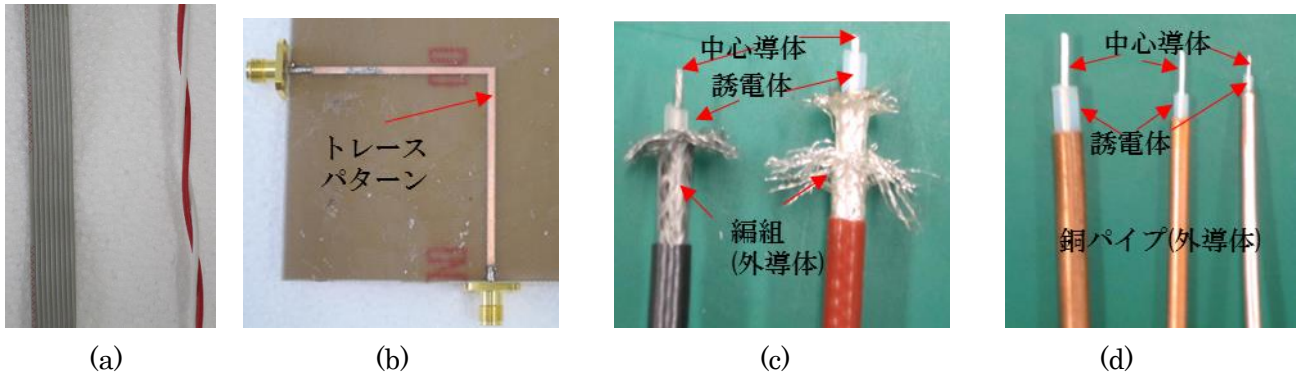


写真 2.1 伝送線路の例：フラットケーブル(左)と撚り対線(a)、マイクロストリップ線路(b)、同軸線路(左は一重編組、右は二重編組)(c)、セミリジッドケーブル(d)

基本的な伝送線路では通常長い線路を基本として考える。長いと言うことはどの断面を見ても金太郎飴のように同じということである。このとき、線路横断面での線路間が使用する波長より十分に小さいという条件があると、断面の電磁界は静電磁界と同じになる(これを 2 次元問題という)。このときの電磁界は無損失のとき TEM モードと呼ばれる電磁界の姿態である。

TEM モードとは線路(進行)方向に電磁界の成分を持たずトランスバース面(横断面)での成分だけを持っている波(波動)である。このような波は電磁界の成分が 2 次元平面での成分で表現される平面波と呼ばれるものでもある。

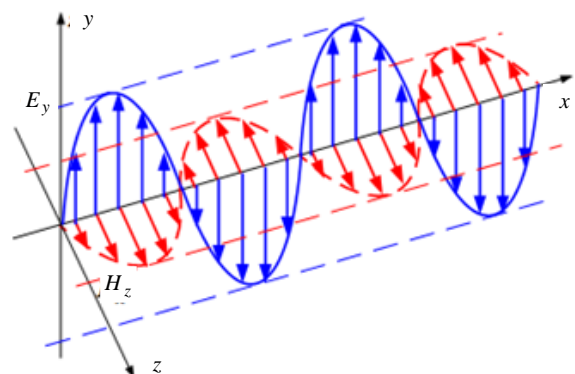
平面波の性質として、

- (1)進行方向の電磁界成分を持たない
- (2)電界と磁界は直交する
- (3)進行方向は電界から磁界の方に右ねじを回す方向である
- (4)電界と磁界の比の絶対値は真空中や空気中では、 $|\vec{E}/\vec{H}| \approx 120\pi (\Omega)$ であり、波動(wave)インピーダンスとか固有(intrinsic)インピーダンスという。
- (5)平面波の伝搬速度は媒質の光速度であり、真空中や空気中では $v_0 = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ である

などの性質をもっている。

平面波の代表的なものが、垂直偏波(電界の向きが大地面に対して垂直な平面波)と水平偏波(電界の向きが大地面に対して水平な平面波)である。図 2.11 は垂直偏波の平面波を示している。

図 2.11 TEM モードの電磁界：垂直偏波の例



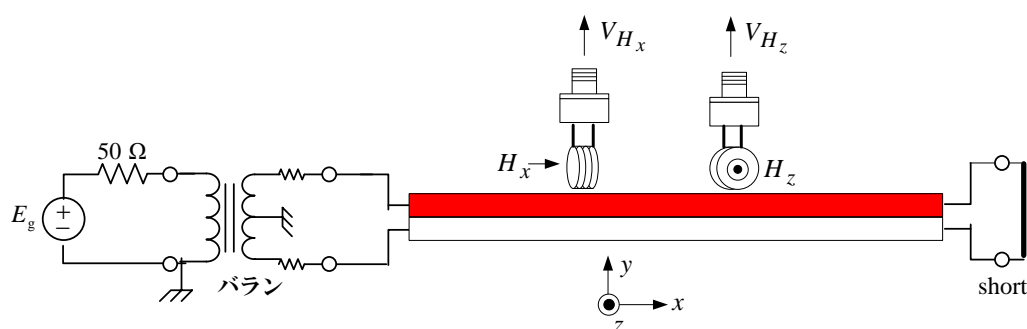
2.2 伝送線路の電磁界と線路電圧電流

課題 2 伝送線路が作る電磁界

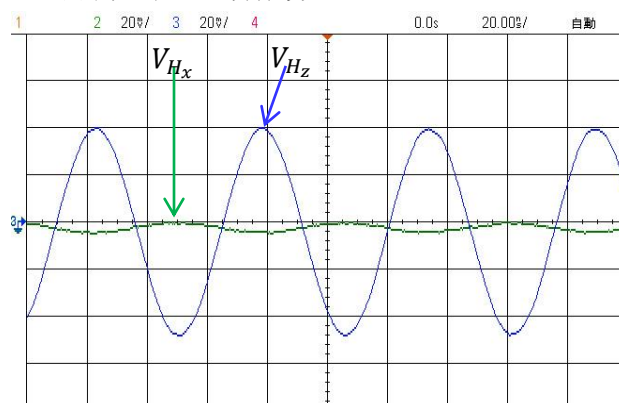
図に示すように、平行 2 本線路が作る電磁界成分を磁界プローブおよび電界プローブで測定した。平行 2 本線路の断面を水平にし、この方向を y 軸とすれば $y-z$ 面が横断面(トランスバース面)であり、線路方向が x 軸となる。磁界プローブは微小フェライトにコイルを巻いたものであり、バランを介して同軸コネクタに接続し、磁界プローブでの誘導電圧を測定している。電界プローブは微小長ダイポールアンテナを使用し、バランを介して同軸コネクタで誘導電圧を測定している。ここでは、測定レベルが小さいので磁界測定では終端を短絡し、電界測定では終端開放の条件で測定している。また、このプローブは自作であり、校正していない。

(【注】: この実験は教師用のみである)

(1) 磁界測定(終端を短絡にしたとき)



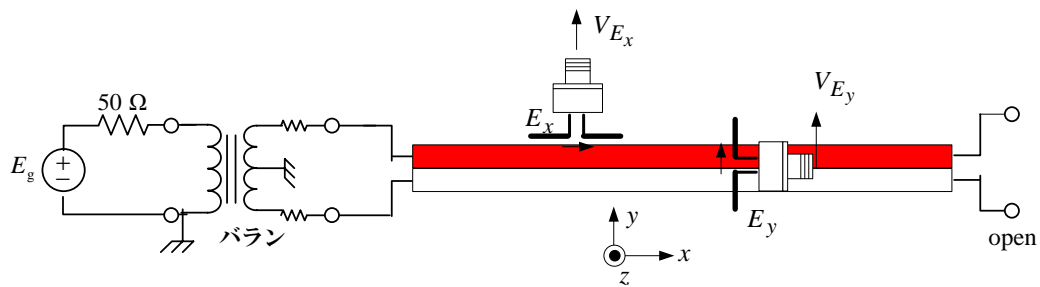
(a)測定する磁界成分



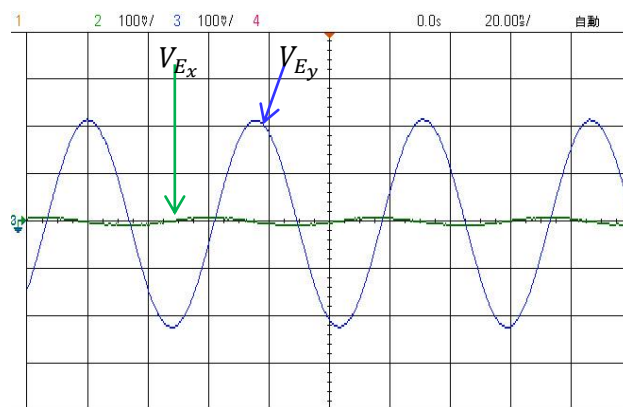
(b) 18 MHz での観測磁界

図 2.12 平行 2 本線路の磁界測定

(2) 電界測定(終端を開放にしたとき)



(a)測定する電界成分



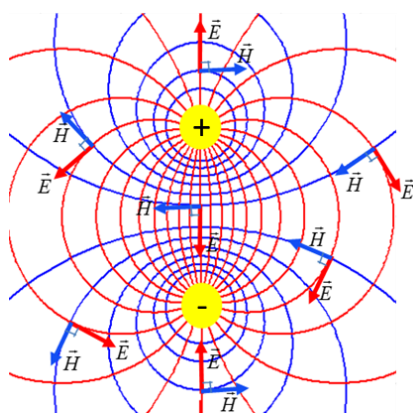
(b) 18 MHz での観測電界

図 2.13 平行 2 本線路の電界測定

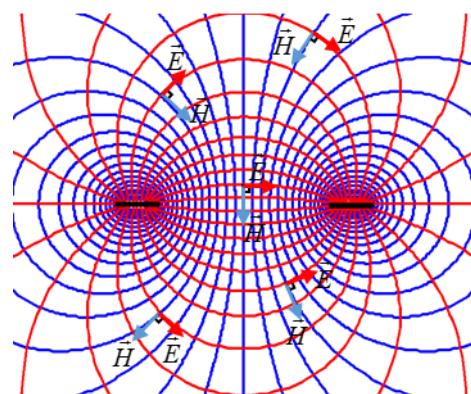
課題の意図：このような線路系では、電磁界が外部に漏れていること。線路方向には電磁界がなく、線路断面(トランスバース面)における電磁界成分のみが存在することを認識すること。

2.3 平衡形線路と不平衡形線路

2 導体系の伝送線路には、平衡形と不平衡形がある。図 2.14 に平衡形伝送線路(平行 2 本線路)の例として円形導体と平板導体の伝送線路における線路断面の電磁界(TEM モード)を示す。平衡形伝送線路とはそれぞれの導体線に等振幅で 180 度の位相差(等量異符号)の信号を流す方式の線路である。



(a) 垂直配置の円形導体線路



(b) 水平配置の平板導体線路

図 2.14 平衡形伝送線路の例：赤線が電界(電気力線)、青線が磁界(磁力線)

通常、平衡形伝送線路とは同じ断面構造の 2 本の導体線である。図 2.14 の図中で赤い線が電気力線(電界)であり、青い線が磁力線(磁界)である。図 2.14(a)の上側の円形導体(黄色)がプラスで、下側の円形導体がマイナスであれば、電界は上側の導体から下側の導体に向かう。2 導体の中心を結ぶ線の中点を通る直交線上は、電位ゼロの線(3 次的には電位ゼロの面)となる。すなわち仮想的な基準面が線の間中に存在することになる。電流は上側の導体では進行方向に流れるので、磁界は右回りであり、下側の導体には逆方向に流れるので、左回りの磁界が発生する。この結果、線路間では両方の磁界成分とも右から左に向かう方向にある。図に示すように、断面のあらゆる位置で電界と磁界は直交し、電界から磁界の方に右ねじを回す方向は、紙面の前面から裏面に垂直に突き抜ける方向であり、後述するように、この方向に電力が運ばれている。

ある瞬間、あるいは場所が変わって上側の導体がマイナスで、下側の導体がプラスになれば電界は下側から上側に向かうことになるが、図 2.14(a)の上下が反転することになり、依然として電力は同じ向きに運ばれることになる。右側の図 2.14(b)のように平板導体が水平に配置されていても同様である。

不平衡形伝送線路とは、2 導体のうち 1 導体がグラウンド面(基準面)となっているものである。一つの導体を平板グラウンド面とするものがマイクロストリップ線路であり、外導体と呼ばれる円筒導体や編組導体をグラウンドとするのが同軸線路である。一見異なる種類の線路のように見えるが、例えば、図 2.15(a)のグラウンド面を丸めて平板導体を包み込むと内導体が平板の同軸線路となる。図 2.15(b)から見ると、外導体を切って広げたグラウンド面を構成すると、マイクロストリップ線路とすることができる。

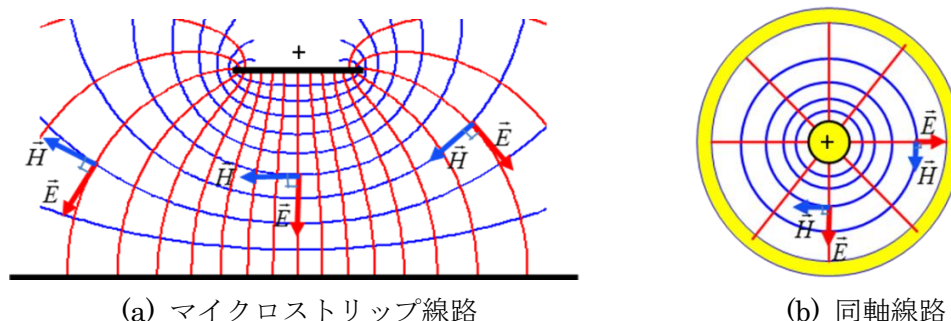


図 2.15 不平衡形伝送線路：マイクロストリップ線路(a)と同軸線路(b)

この線路系では、常に電位零のグラウンドとプラスマイナスに変化する信号線からなっている。信号線がプラスのとき、信号線からグラウンドに電界(電気力線)は向かい、マイナスのときにはグラウンドから信号線に向かう。磁界(磁力線)は常に信号線を取り囲んでおりプラスのときは右回り、マイナスのときは左回りとなる。この場合においても電界を磁界に重ねる方向に右ねじを回すと、紙面の前面から裏面に進み、電力はこの方向に運ばれていることになる。

.....

以上のように、伝送線路は電磁界を効率よく伝送する通路を形成する「**導波路**」であり、この導波路の電磁界は進行方向の電磁界成分を持たない TEM モードである。伝送線路の TEM モードは線路断面におい

て静電磁界と同じであるので、電圧電流が直流の場合と同じように定義できる。すなわち、伝送線路の電圧電流とは、ベクトルである TEM モード電磁界をスカラーの電圧電流に読み替えた結果である。さらに伝送線路を伝搬する電力またはエネルギーは、本質的に電磁界が担っていることになる。

.....

バラン(平衡・不平衡変換器)

平衡線路(平行 2 本線路)と不平衡線路を接続するには、上述したように電磁界の様相が異なる。回路的にはグラウンドあるいは基準となる点や面の取り方が異なるので、特性インピーダンスが同じであっても接続すると電磁界が乱れることになり、不要な電流が流れることになる。測定に際しては非常に不安定になる現象が発生する。このためにバラン(平衡不平衡変換器)を仲介器として使用する。バランをトランス(変成器)で構成する表現は次である。

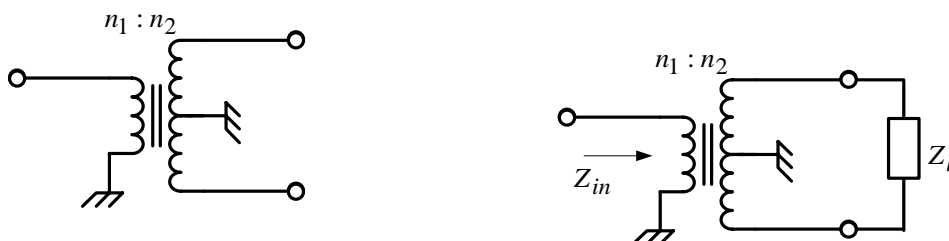


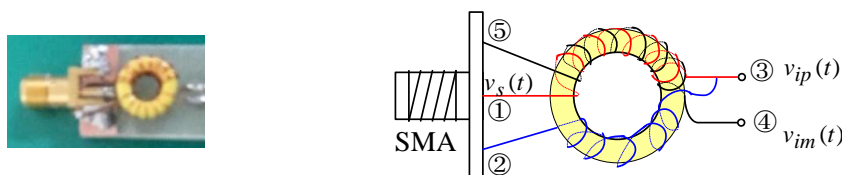
図 2.16 変成器を用いるバラン回路

図 2.16 のトランス(変成比 $n_1:n_2$)で構成するバランは不平衡形用端子がトランスの左側(1 次側)であり、右側(2 次側)が平衡形用端子である。トランスの 1 次側の一方の端子はグラウンドに接続し、2 次側においては、中間タップでグラウンドに接続した構造になっている。このバランにはインピーダンス変換の性質を持たすことが可能であり、平衡形端子の負荷を Z_l としたとき、不平衡形端子から右を見込むインピーダンスは

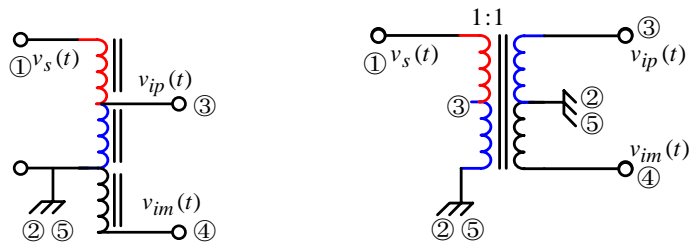
$$Z_{in} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_l \quad (2.1)$$

となる。

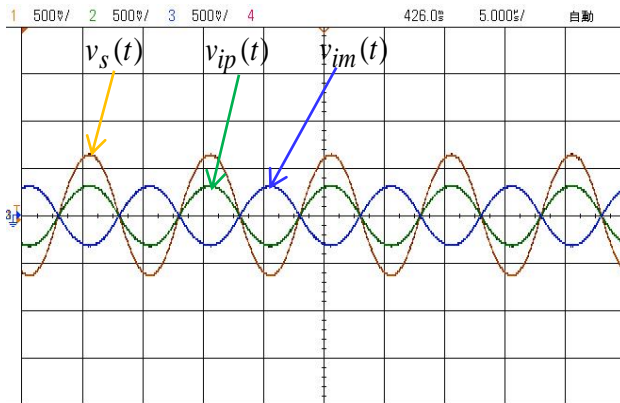
この実験で使用するバランは変成比 $n_1:n_2 = 1:1$ であり、次のような構成になっており、以下に周波数特性を示す。



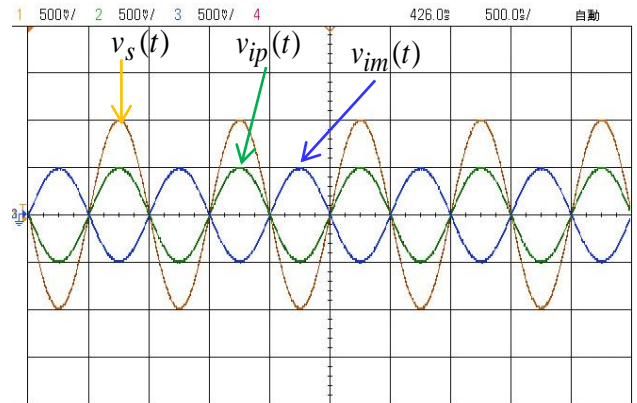
(a) 使用したバラン



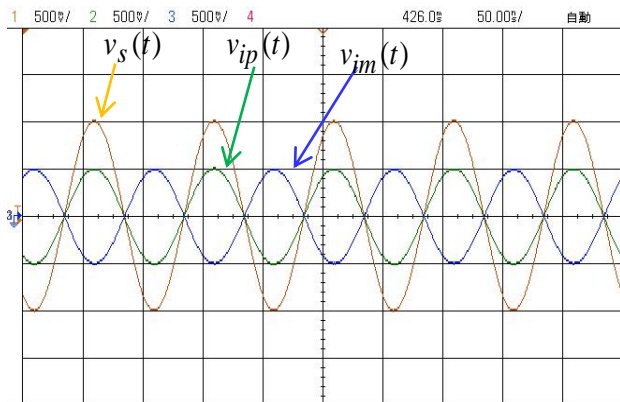
(b)回路構成(青、赤、黒の巻線がそれぞれ対応)



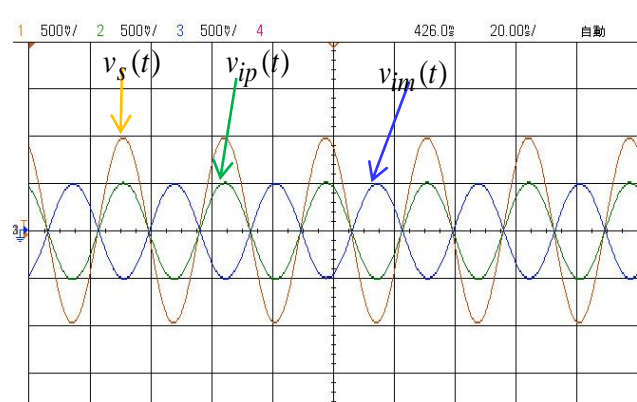
(c) 100 kHz



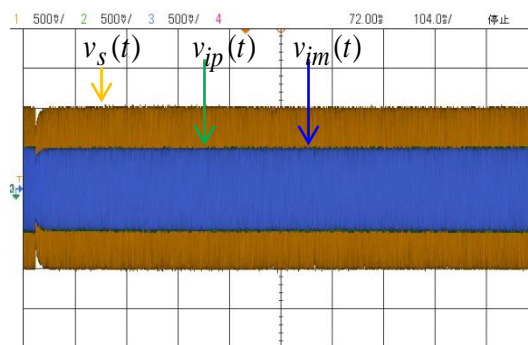
(d) 1 MHz



(e) 10 MHz



(f) 30 MHz



(g) 周波数掃引特性

図 2.17 実験に用いたバラン(a)とバランの回路図(b)および特性図(c)~(g)

以上の測定結果から、同軸線路(不平衡)の電圧 $v_s(t)$ が、トランスの両端子に平衡形の電圧に変換されている。すなわち、トランスの端子電圧(グランドからの電圧)が大きさ等しく、180 度の位相差(逆相)になっていることが分かる

2.4 電力を運ぶ交流電磁界

ポインティング(Poynting)ベクトルは、電界と磁界の外積($\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$)で定義され、電磁界が運ぶ電力密度(ベクトル)を表す。回路理論における電力は、電圧と電流の積の形式で与えられている。電圧は電界に、電流は磁界に対応するので、電界と磁界の積の形式で与えられることはうなずける。しかし、電圧と電流はスカラーであるのに対し、電界と磁界はベクトルである点異なる。また、ベクトルの積には内積(スカラー積)と外積(ベクトル積)がある。内積の結果はスカラーであり、外積の結果はベクトルである。電界と磁界の外積で与える電磁界の電力密度(ベクトル)は、電界と磁界の大きさの積で、電力が運ばれていく向きは電界から磁界の方に右ねじを回す方向である。

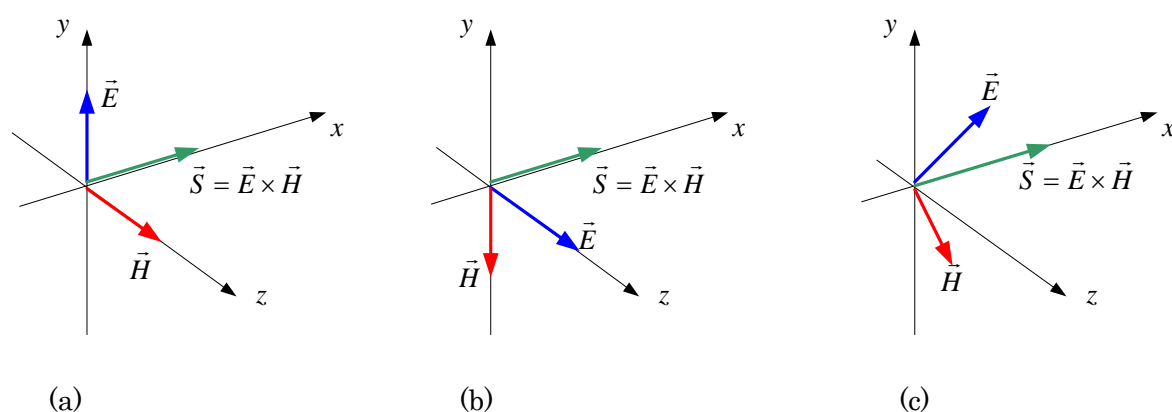


図 2.18 平面波のポインティングベクトル：垂直偏波(a)、水平偏波(b)と一般的な偏波(c)

伝送線路の電圧と電流は、TEM モードで近似されている。このとき、電磁界は線路方向に垂直な横断面にだけ存在し、この横断面での電磁界は静電磁界と同じである。したがって(線路)電圧は横断面での 2 導体間の電界から定義され、(線路)電流はアンペアの法則に従う磁界を作る。しかし、伝送線路を交流で使用する通常の場合では、線路の導体間隔は周波数が非常に高くなっても無制限に適用できるかが問題として残る。電磁界が開放型(電磁界が空間に広がっている形態)になる平衡線路や不平衡線路のマイクロストリップ線路では、この限界が理論的には導出できていない。しかし、線路高は波長に比べて非常に低いことが暗黙の前提条件となる。同軸線路においては、内導体と外導体の中間の円周長が、TEM モードとして使用できる使用限界(カットオフ)周波数の波長となる。同軸線の太さやコネクタには使用帯域に制限があるのはこのためである。例えば 50- Ω のコネクタでは外導体内径が 7 mm 系の N 形では 9 GHz、その半分の 3.5 mm 系の SMA 形では 18 GHz である。誘電体が詰まったものでは、 $1/(\text{比誘電率の平方根})$ 倍になり、テフロン(比誘電率 ≈ 2.1)の場合は、N 形では 6 GHz、SMA 形では 12 GHz 以下が使用周波数帯域となっている。ここでは、「大は小をかねない」。

2.5 線路キャパシタンスとインダクタンスは直流での定義

伝送線路は L と C の多段接続と同じ振る舞いをすることを示した。伝送線路での電磁界成分は図 2.14 と図 2.15 に示したように、断面空間のいたるところで電界と磁界とは直交し、電界から磁界の方に右ねじを回す方向が線路方向であり、電磁波論的には電力密度ベクトルを表すポインティングベクトルの方向である。すなわち電力が伝送される方向である。伝送線路は 2 次元問題(線路の断面はどこを切っても同じであることの意味)として取り扱うことができ、伝送線路のキャパシタンスとインダクタンスは直流の場合と同じように求めることができる。

いま模式的に 2 本の円柱導体線路として表現すると、次のように求めることができる。

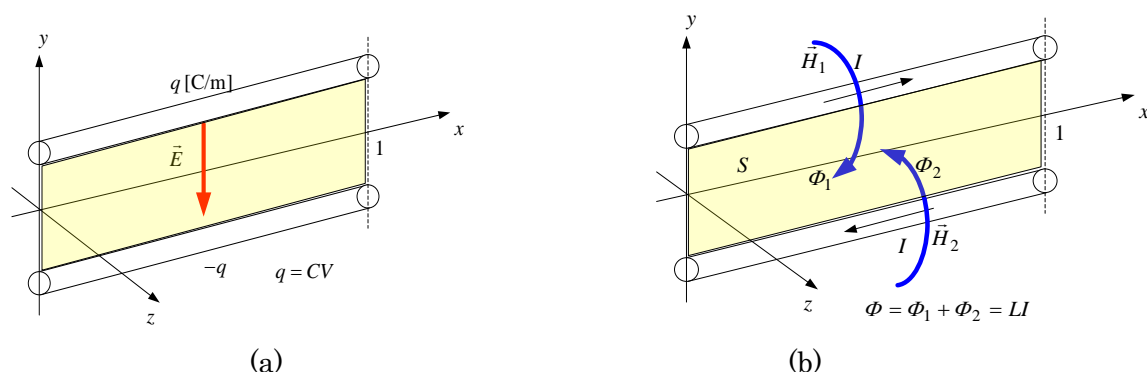


図 2.19 線路キャパシタンスと線路インダクタンスを求めるときの電磁界：
(a)線路キャパシタンスを求めるとき、(b)線路インダクタンスを求めるとき

図 2.19 においては、無限に長い線路のうちから 1 m の長さ(単位長)において考える。(a)のキャパシタンスを求めるときは、線電荷密度 $\pm q$ を与えたときの電界から線路間の電圧を求める。その結果、単位長あたりのキャパシタンスが求められる。これを**線路キャパシタンス**という。

図 2.19(b)のインダクタンスを求めるときは、それぞれの線にお互いに逆方向の電流を流したとき、上下の線電流がつくる磁界は領域 S を同じ方向に鎖交する。この鎖交磁束から**線路インダクタンス**が決定できる[注¹²]。

2.6 伝送線路を特徴づけるパラメータ

前述したように、無損失の伝送線路ではインダクタンスやキャパシタンスが一様に分布しているとして

注¹² 原理的に、このような手法で簡単に求められる伝送線路は上記のようなモデルか同軸線路である。一般には簡単には求められないので、数値計算をするか、近似式が使用されている。さらに、キャパシタンスとインダクタンスは、TEM モードの条件があるときは誘電率(ϵ)と透磁率(μ)で決定される媒質の伝搬速度($v=1/\sqrt{\mu\epsilon}$)とキャパシタンス(C)とインダクタンス(L)で決定される伝搬速度($v=1/\sqrt{LC}$)が等しいので、電界で求めるキャパシタンスからインダクタンスが決定できる。なお、伝搬速度は周波数領域で考えるとき、長さ方向の距離による位相遅れを決めるので、位相速度という。

考えなければならない。これらの線路の定数は一次定数という。回路論的に伝送線路の性質を議論する。

実際に線路を特徴づけているパラメータは、**特性インピーダンス**($Z_0 = \sqrt{L/C}$)と**位相速度**(伝搬速度： $v = 1/\sqrt{LC}$)である。すなわち特性インピーダンスは単位長あたりのインダクタンス(L)とキャパシタンス(C)の比で、位相速度は積で与えられているので、 L および C が与えられることと Z_0 と v が与えられることは同等になる。

単位長あたりのインダクタンスとキャパシタンス： L (H/m), C (F/m)

$$\Rightarrow \text{特性インピーダンス： } Z_0 = \sqrt{L/C} = 1/(vC) \text{ (}\Omega\text{)} \quad (2.2)$$

$$\text{時間領域では伝搬速度： } v = 1/\sqrt{LC} \text{ (m/s)} \quad (2.3)$$

$$\text{周波数領域では長さによる位相：(長さ)} \times (\text{位相定数}) \Rightarrow \text{位相定数： } \beta = \omega/v = \omega\sqrt{LC} \quad (2.4)$$

【注】：

- (1)特性インピーダンスとは、通常のインピーダンスではなく、伝送線路の性質を示すパラメータ
- (2)特性インピーダンスが低いとき、伝送線路は容量(C)性(キャパシティブ)の性質が強くでる(後述)
- (3)特性インピーダンスが高いとき、伝送線路は誘導(L)性(インダクティブ)の性質が強くでる(後述)
- (4) 2本のビニール被覆線の平衡線路やガラスエポキシ基板のマイクロストリップ線路では、実効誘電率 ϵ_{eff} を用いる。
- (5)実効誘電率で与えられたときの伝搬速度は $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon_{eff}\epsilon_0} = v_0/\sqrt{\epsilon_{eff}}$ である。

2.7 特性インピーダンス

特性インピーダンスは、理想的には(無損失のときは)線路 1m 当たりのインダクタンスとキャパシタンスで定義される。この特性インピーダンスの物理的な意義については、次のことが言える。

- (1)半無限長線路の入力インピーダンスは特性インピーダンスに一致する。

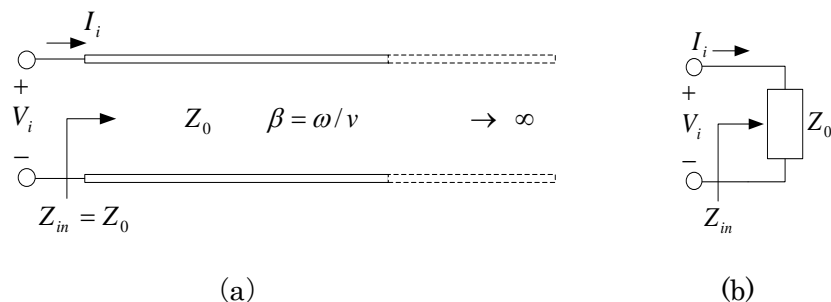


図 2.20 半無限長線路(a)と等価回路(b)

(【注】：半無限長とは、注目している端子から見た線路長が無限に長いことを意味している。)

- (2)線路の終端を特性インピーダンスの負荷で接続したとき、
 - (2-1)線路の入力インピーダンスは特性インピーダンスに等しい。

(2-2)線路に入り込んだ電力は無反射で全て負荷に供給される。この状態を**整合**されている(マッチングが取れている)と言う。

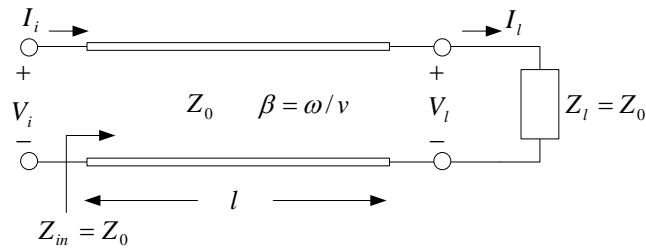


図 2.21 整合負荷の線路

【注】冒頭の伝送線路の動作についての説明において、電圧源に接続された 2 本線路では、電源にはこの特性インピーダンスが認識されることになり、 $R_g = Z_0$ として説明した。

2.8 入射波と反射波と透過波

無限に長い伝送線路に電源を接続して信号を流すと、その信号は行ったり(伝搬して)帰ってこない。このような波を進行波という。これはまた線路に入射しているという意味で入射波とも言う。

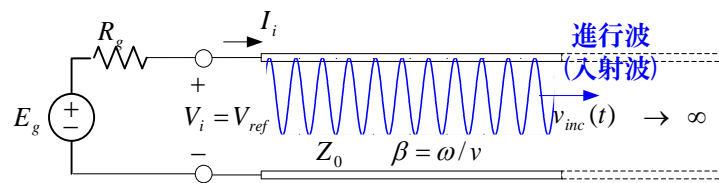


図 2.22 半無限長線路での時間領域入射波モデル

【注】上の線だけに進行する波が伝搬していることではなく、2 本の線の周りの空間に、例えば図 2.14 に示した電磁界が「進行する成分だけの電磁界」として存在しており、伝送線路の電圧電流は定義に基づいて変換して表示しているにすぎない。

伝送線路が有限長で、終端にインピーダンス Z_l が接続されていると、 $Z_l \neq Z_0$ であれば一部(透過波)が負荷に吸収され、一部が反射する。これを後退波 (反射波)という。一般に電圧波の入射波に対する反射波の割合を電圧反射係数、透過波の割合を透過係数と定義している。

【注】：一般に反射係数というときは、電圧反射係数のことである。

$$\text{電圧反射係数} = \text{電圧反射波} \div \text{電圧入射波} \Rightarrow \Gamma = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} \quad (2.5)$$

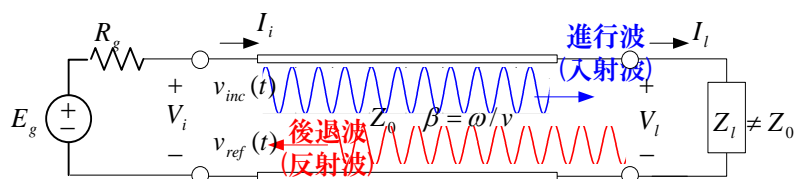


図 2.23 有限長伝送線路が任意負荷で終端したときの時間領域入射波と反射波モデル

【注】上の線だけに進行(入射)している電圧または電流が、下の線に後退(反射)している電圧または電流が伝搬していることではない。2本の線の周りの空間に、例えば図 2.14 に示した電磁界が「進行する成分と後退する成分として」存在していることであり、伝送線路ではこの電磁界を定義に基づいて電圧電流で表示しているにすぎない。

負荷端子での電圧反射係数 Γ_l は、伝送線路の特性インピーダンス Z_0 と負荷インピーダンス Z_l とで決定される。

$$\Gamma_l = \frac{V_{ref}(l)}{V_{inc}(l)} = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} \quad (2.6)$$

ここで、 Z_l は複素数であるので、 Γ_l は複素数となる。

透過係数

負荷に流れ込む(吸収される)成分の透過波は、負荷端子では次図のような関係になっている。

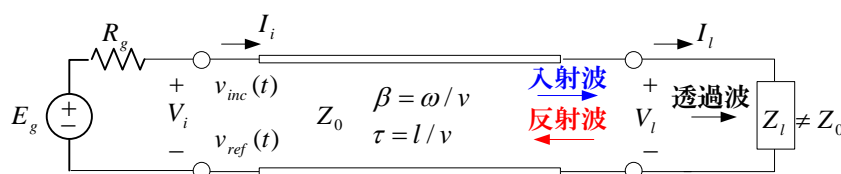


図 2.24 負荷端子における入射波、反射波、透過波の関係

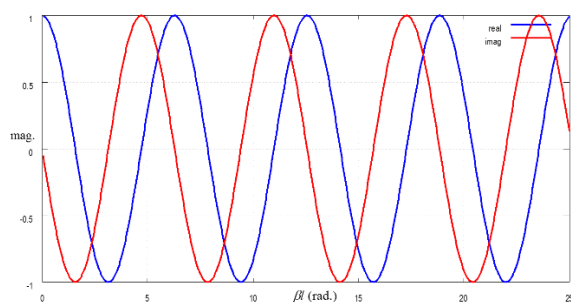
今、負荷端子に到達した入射波成分を 1 とすれば、反射波成分は(1×反射係数)となる。図の負荷端子において、同じ成分を左から見た表現と右から見た表現が等しい(電気回路的には端子条件、電磁気学的には境界条件)ことから、負荷端子での入射波に対する透過波の割合を示す透過係数 T_l

$$\text{入射波} + \text{反射波} = \text{透過波} \quad \Rightarrow \quad 1 + \Gamma_l = T_l \quad \Rightarrow \quad T_l = \frac{2Z_l}{Z_l + Z_0} \quad (2.7)$$

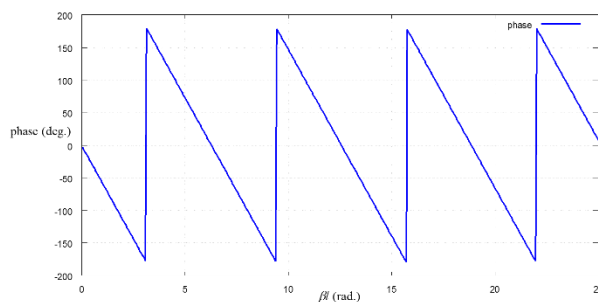
で与えられることになる。

電圧定在波

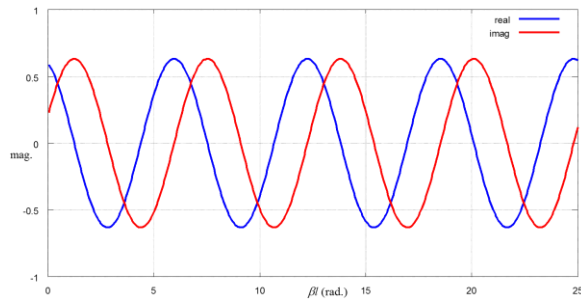
入射波と反射波とが混ざり合うと伝送線路上には停滯する波が現れる。これが定在波と呼ばれるものである。この定在波のメカニズム例を次に示す。



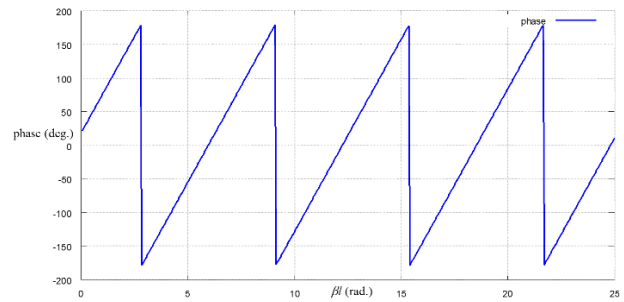
(a)電圧入射波の例(絶対値が 1):青が実部、赤が虚部



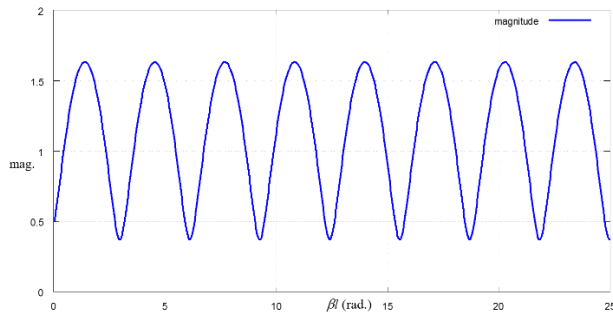
(b)位相角



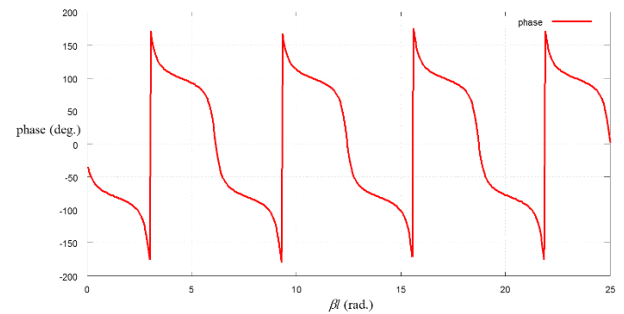
(c) 電圧反射波 ($\Gamma = 0.6 + j0.2$) の例: 青が実部、赤が虚部



(d) 位相角



(e) 伝送線路の電圧の例: 定在波



(f) 位相角

図 2.25 電圧定在波のメカニズム例

図 2.25(a)と(c)に示すような入射(電圧)波と反射(電圧)波が線路上に存在していると、線路上の電圧分布はこれらの和となり、線路上の電圧が図(e)のようになる。この例では、入射電圧波の絶対値は線路上どこでも 1 であり、反射電圧波は $|\Gamma|$ であるのに対し、図(e)では場所上で変化している。これが停滯する電圧波という意味の**電圧定在波**であり、上図(e)でのピークの数と(a)と(c)のピークの数と比較すると 2 倍になっている。その(距離的)周期が $L = \lambda/2$ で変化しており、1 波長ではないことが分かる。

特徴ある反射現象の性質を挙げる：

- (1) $\Gamma_l = 0$ は、反射波がないことであり、 $Z_l = Z_0$ のときにこの状態となる。
- (2) $\Gamma_l = 1$ は、入射波と反射波は同相で完全反射することである。終端開放(オープン)のとき、この状態となる。
- (3) $\Gamma_l = -1$ は、入射波と反射波は逆相で完全反射することである。終端短絡(ショート)のとき、この状態となる。
- (4) 終端の負荷がインダクタンスまたはキャパシタンスのときは、反射係数の絶対値は 1 ($|\Gamma_l| = 1$) であり完全反射するが、位相は特性インピーダンスとリアクタンス ($X_L = \omega L$ または $X_C = -1/(\omega C)$) の関係で変化する[注¹³]。

注¹³ リアクタンス X では $\Gamma = \frac{jX - Z_0}{jX + Z_0} = -\frac{Z_0 - jX}{Z_0 + jX} = e^{j\pi} \frac{\sqrt{Z_0^2 + X^2} e^{-j\phi}}{\sqrt{Z_0^2 + X^2} e^{j\phi}} = 1 \cdot e^{j(\pi - 2\phi)}$ の形式となる。

線路の終端を短絡にしたとき、低周波域ではL性として、開放にしたときはC性として働く。

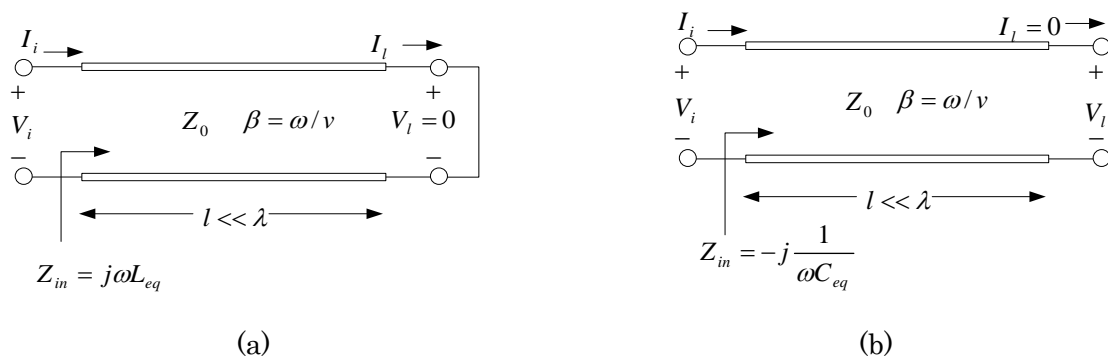
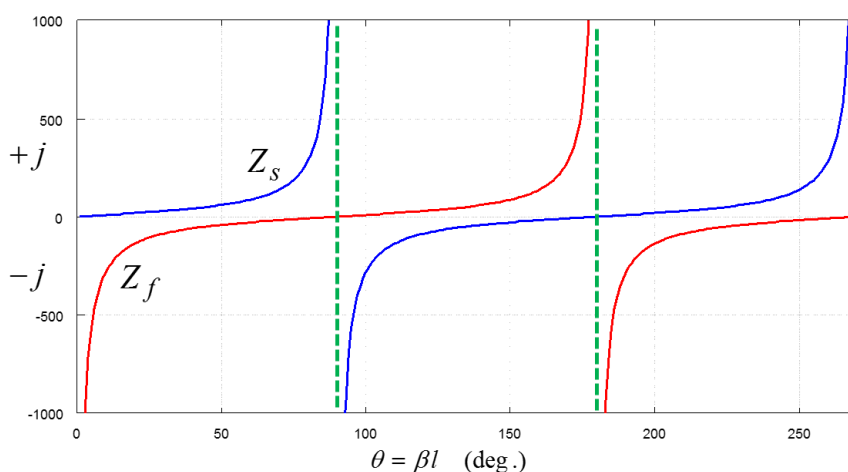
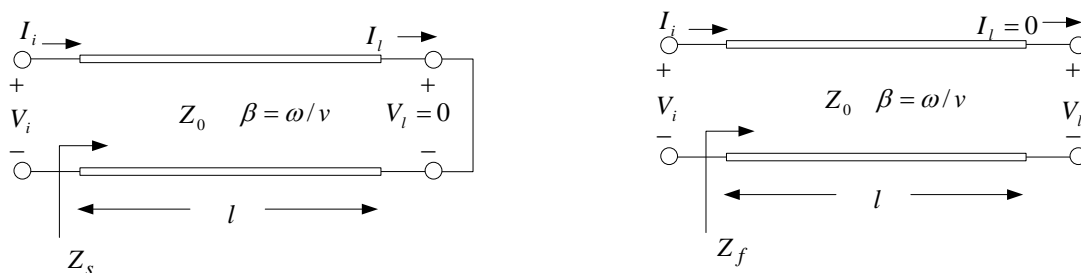


図 2.26 短絡負荷(a)と開放負荷(b)の線路

この性質は、短絡したときは導線がループを形成すること、開放にすると対向する導線が極板を形成していると考えerことで理解できる。この性質は線路長が4分の1波長以内で成立し、それ以後は、L性はC性に、C性はL性に、と4分の1波長毎に性質を繰り返す。この繰り返しの性質が伝送線路での特徴である。

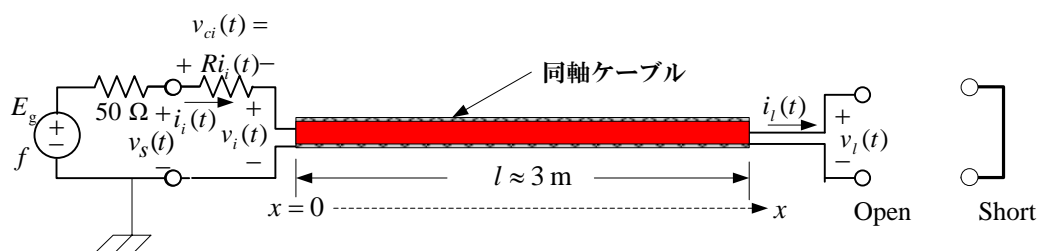
参考：終端短絡と開放の線路での入力インピーダンス（理論的な取扱い付録参照）



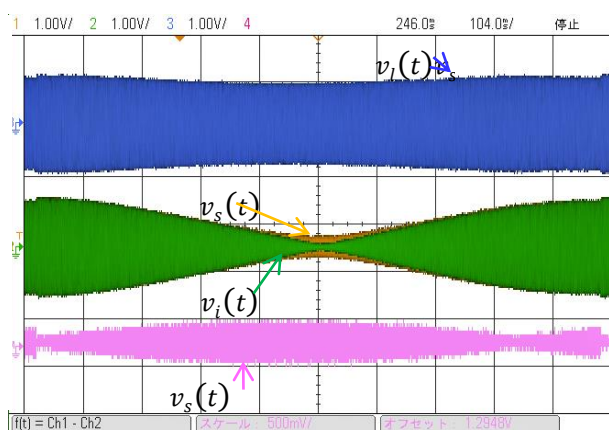
【注】：終端が短絡の伝送線路では、入力インピーダンスは $Z_s = jZ_0 \tan \beta l$ であり、線路が短い ($\beta l = \omega(l/v) \approx 0$) と、 $Z_s \approx j\omega(l/v)Z_0 = j\omega L_{eq}$ と近似できる。この結果、 Z_0 が大きいほど等価なインダクタンスは大きく、 Z_0 が小さいと等価インダクタンスは小さい。開放線路の場合は入力アドミッタンスを考

えると、 $Y_f = 1/Z_f = j(1/Z_0) \tan \beta l \approx j\omega(l/v)(1/Z_0) = j\omega C_{eq}$ となる。したがって、このときは、 Z_0 が大きい線路ほど等価キャパシタンスは小さく、 Z_0 が小さい線路ほど大きくなり、キャパシティブな性質が強くてくる。したがって、「特性インピーダンスが高い線路はL性(インダクティブ)である」あるいは「特性インピーダンスが低い線路はC性(キャパシティブ)である」という意味は、どちらの性質が強くて出るかを意味しているだけであり、特性インピーダンスの高い線路が常にL性であるという意味ではない。

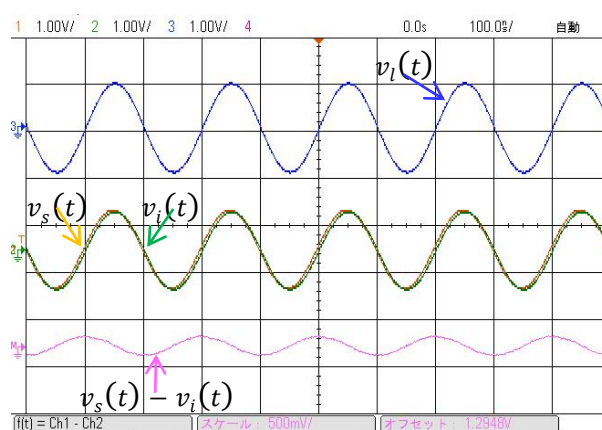
課題3 図のように終端開放線路、終端短絡線路の始端と終端の電圧を測定した。出力電力を一定にして、周波数を変化したところ図のようになった。この測定結果からどのような現象が発生しているか？



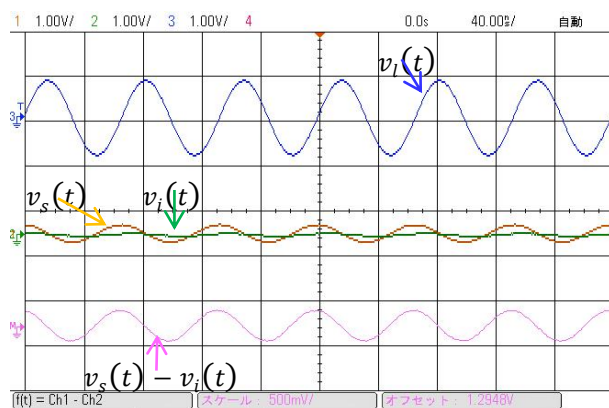
終端開放のとき



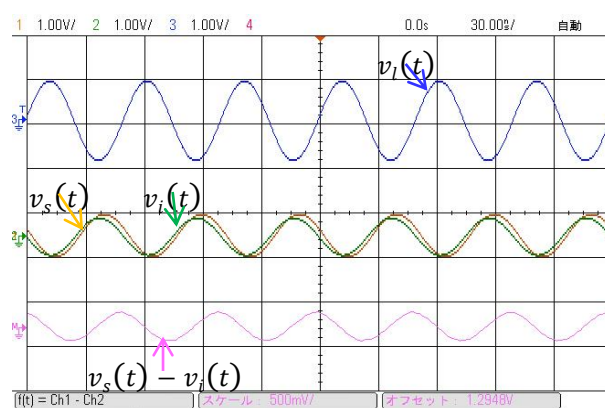
(a) 0～30 MHz までの周波数掃引特性



(b) 5 MHz



(c) 15 MHz



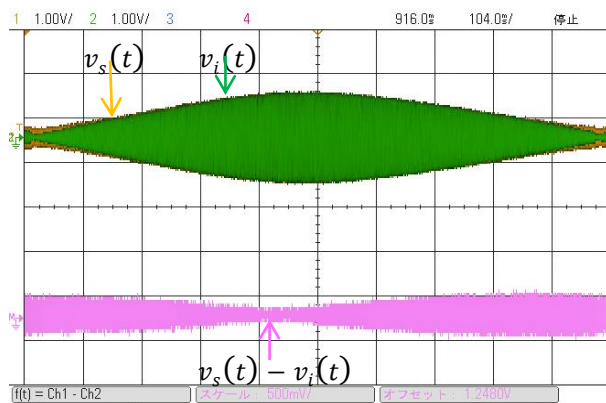
(d) 20 MHz

図 2.27 同軸線路での開放終端での特性

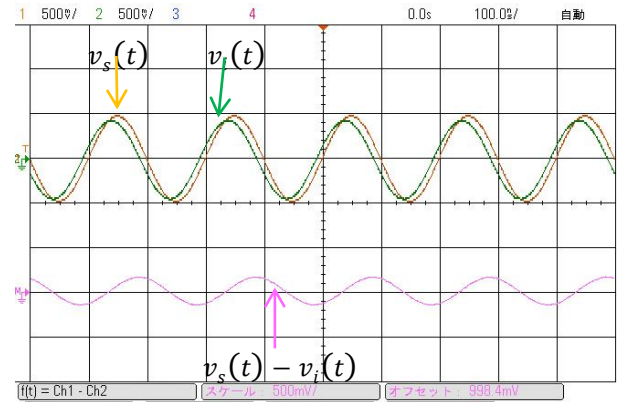
問：(1) 図(a)の周波数掃引特性から何が言えるか？

(2) $v_s - v_i$ は同軸ケーブルに入り込む電流に対応している。ケーブルの入力端子での電圧との関係は周波数が変化することによってどのように変化しているか？ また、図(a)との関係はどのようなになっているか。

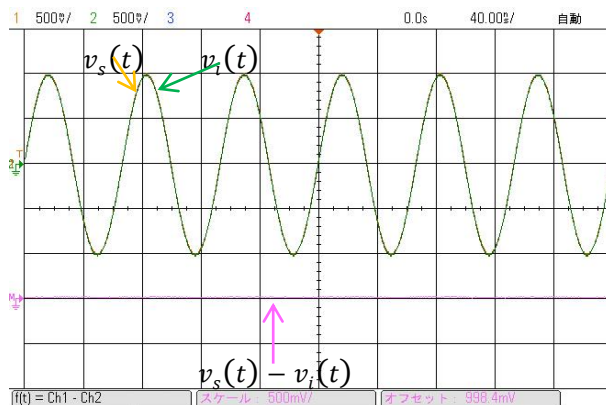
終端短絡のとき



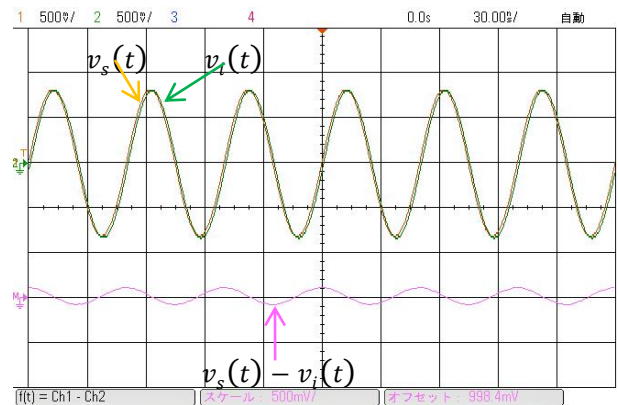
(a) 0～30 MHz までの周波数掃引特性



(b) 10 MHz



(c) 15 MHz



(d) 20 MHz

図 2.28 同軸線路での短絡終端での特性

問：(1) 終端開放線路との違いは何か？

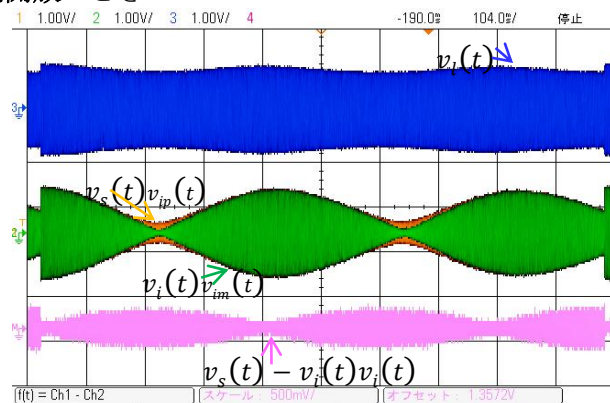
(2) 上図の(c)における $v_s - v_i$ がゼロとなっているのは何故か？

(3) 上図(c)の 15MHz の前後の周波数ではどのような変化が読み取れるか？

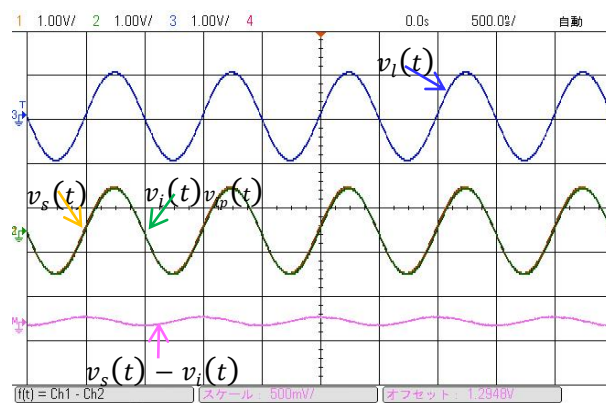
【参考】：長い線路ではどのような現象が発生するか？

同じ種類の同軸線路で長さが 7.2 m ある場合を以下に示す。

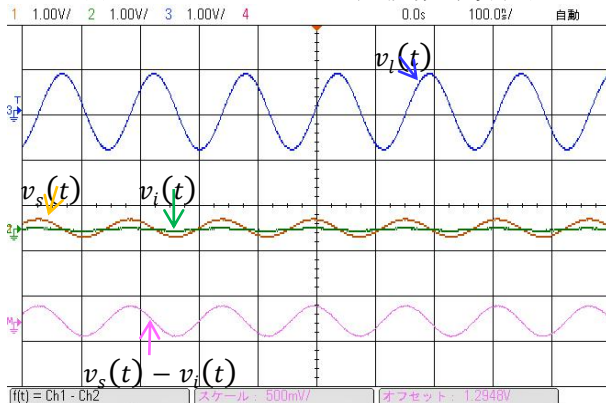
終端開放のとき



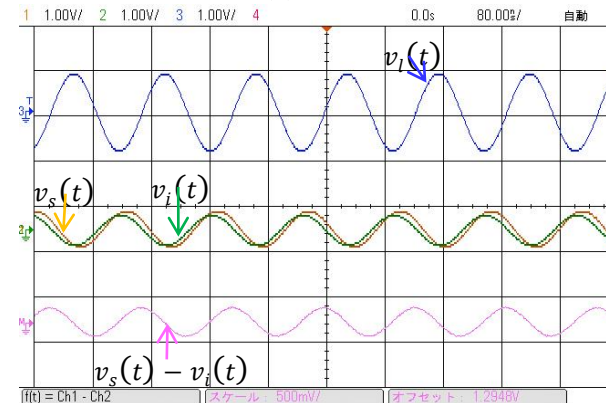
(a) 0~30 MHz までの周波数掃引特性



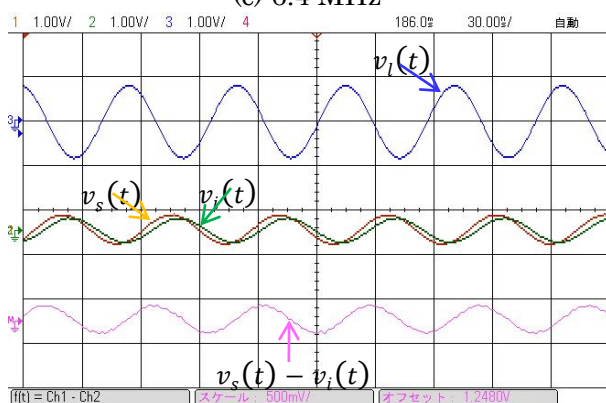
(b) 1 MHz



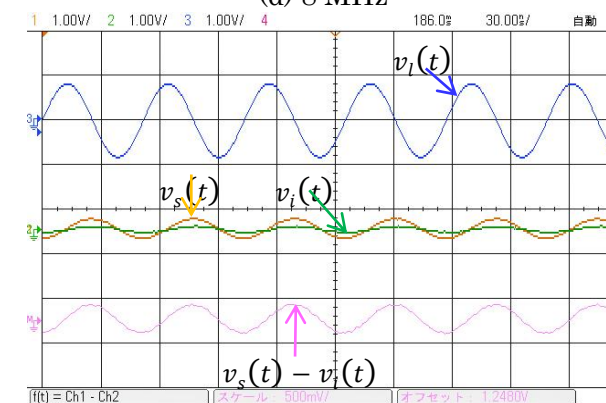
(c) 6.4 MHz



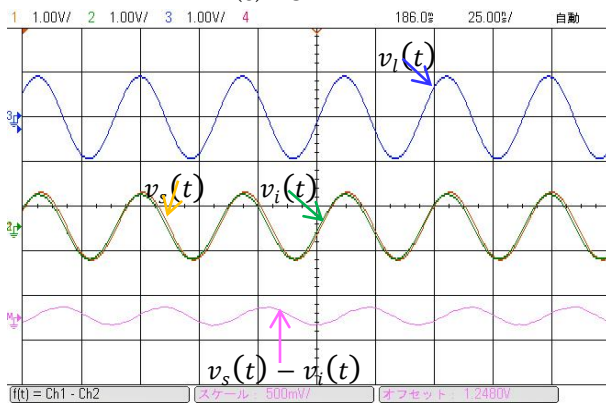
(d) 8 MHz



(e) 18 MHz



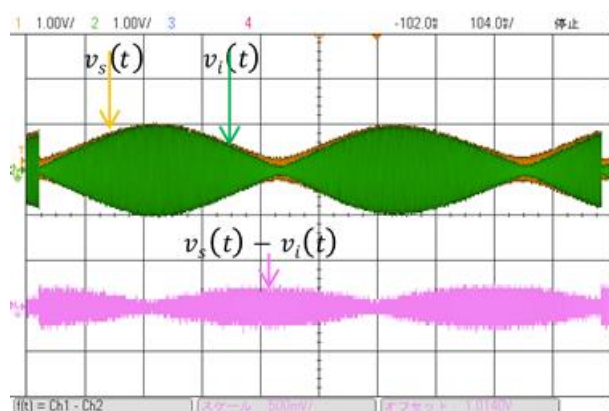
(f) 19.3 MHz



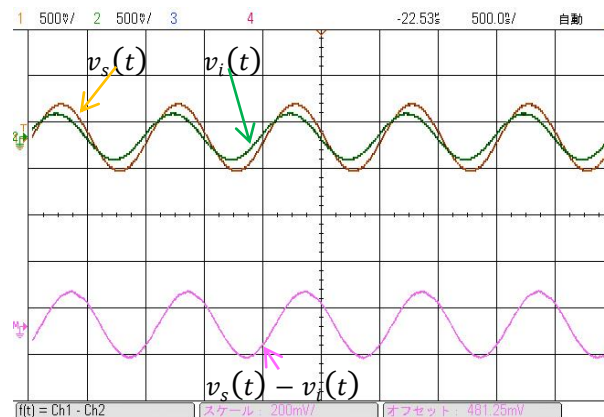
(g) 23 MHz

図 2.29 長尺の同軸線路での開放終端での特性

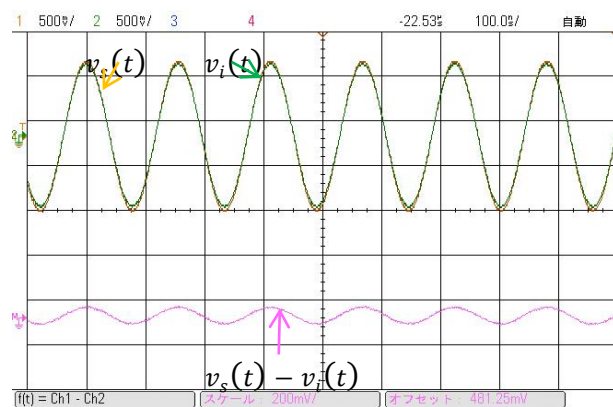
終端短絡のとき



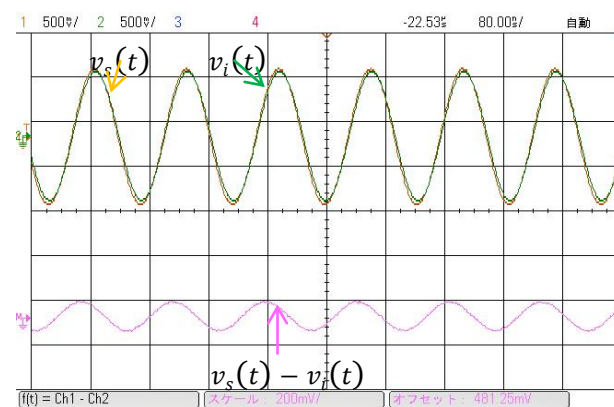
(a) 0～30 MHz までの周波数掃引特性



(b) 1 MHz



(c) 6.4 MHz



(d) 8 MHz

図 2.30 長尺の同軸線路での短絡終端での特性

- 問 (1)長い線において発生している最も特徴ある現象は何か？
 (2)上図の終端開放と終端短絡とはどのような関係にあるか？

2.9 時間領域での現象

前記までは、正弦波定常状態での現象をオシロスコープでの瞬時波形を用いて観測したが、基本的には周波数領域の現象を取り扱った。次に、パルス波を伝送するときの現象はどのようなになるかの基礎的な現象を取り扱う。

伝送線路にパルスが伝送されるとき動作はどうなるか反射波による挙動の概念を理解するために、ステップ応答を考える。

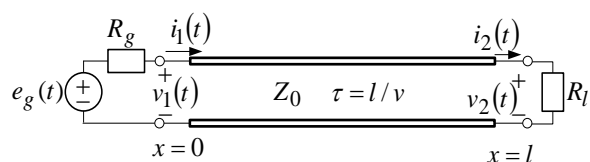
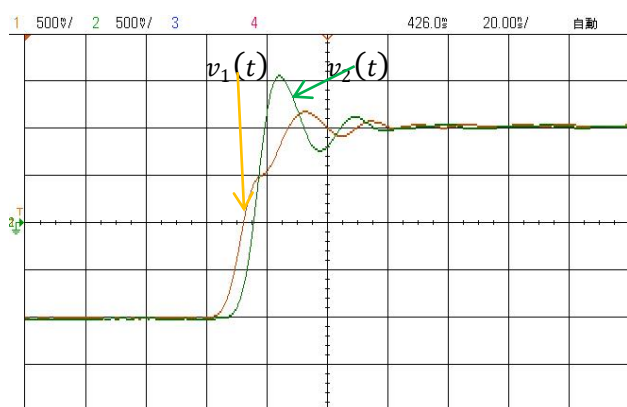
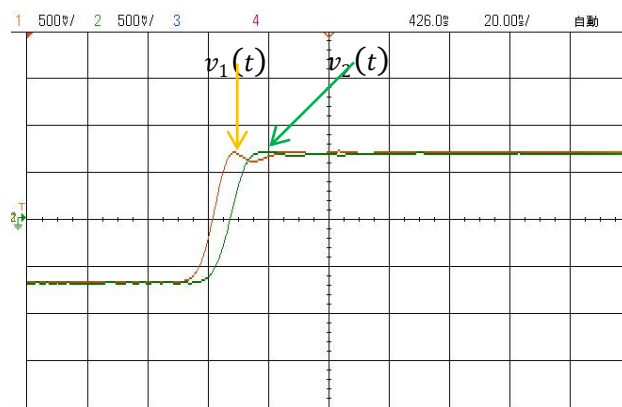


図 2.31 ステップ応答用の回路(この実験では $R_g = 60 \Omega$ を使用)

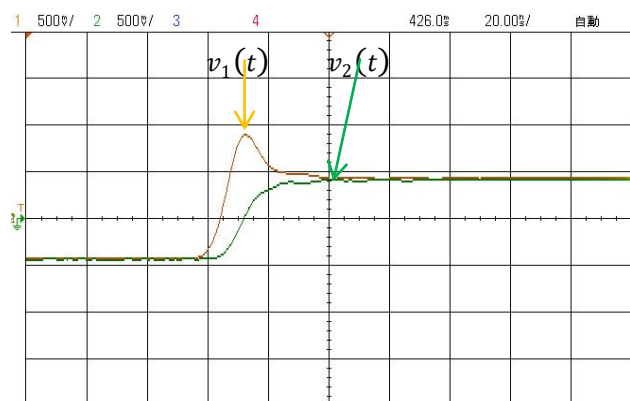
(a) 1 m 長の平行 2 本線路 ($Z_0 \approx 125 \Omega$) の例



(a) 終端開放

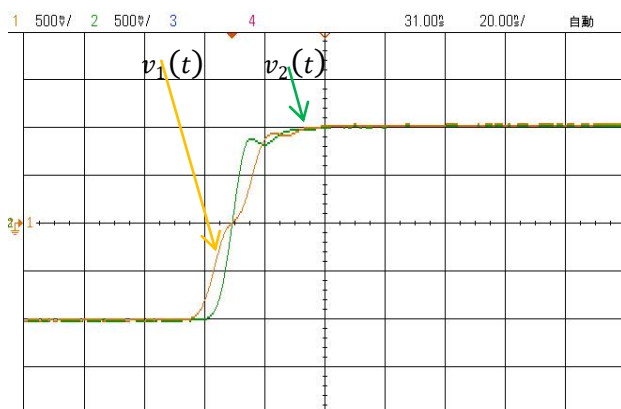


(b) 約 125Ω の終端負荷

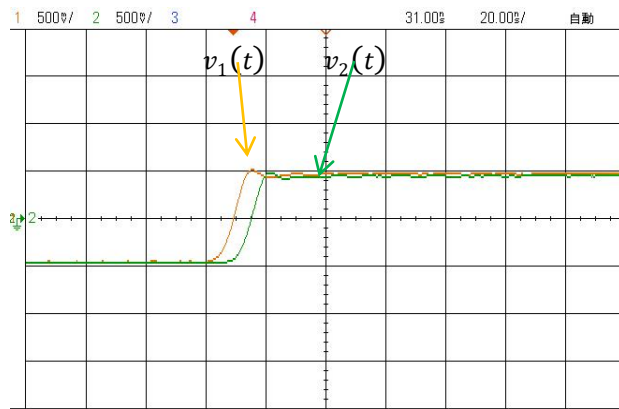


(c) 約 20Ω の終端負荷

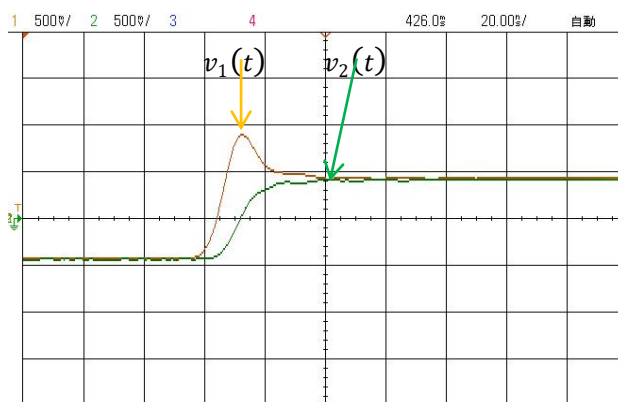
(b) 1 m 長の同軸線路($Z_0 \approx 50 \Omega$) の例



(a) 開放負荷



(b) 約 50Ω 負荷

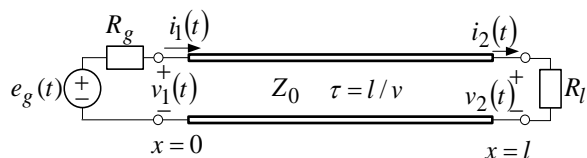


(c) 約 20Ω 負荷

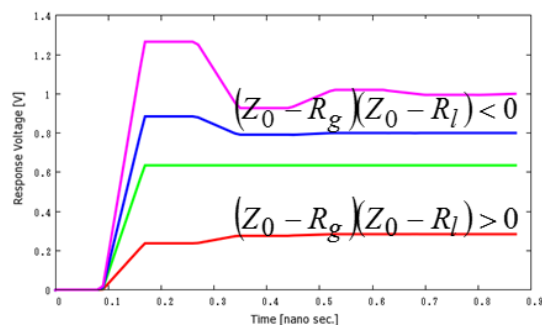
図 2.32 1 m 長の平行 2 本線路でのステップ応答観測例

問 この結果からどのようなことが読み取れるか？ また、線路長が長い場合はどのような波形が観測され、その結果はどのような意味をもつか？

信号源がパルス電圧のとき、時間領域のステップ応答電圧[注14]はどのようなになるかを理論的に求めると、例えば、図 2.33 のようになる。



(a)



(b)

図 2.33 伝送線路のステップ応答：回路図(a)、一般的な応答特性模式図(d)

注14 ステップ応答とは、電源をステップ電圧(直流電圧のスイッチを入れた時のように、ある時刻に電圧が単位電圧まで立ち上る電圧)を接続したとき、時間領域の観測端子電圧をいう。

信号源がパルス電圧のとき、図 2.33(a)の電源をステップ電圧とし、電源内部抵抗を R_g とし、負荷抵抗を R_l とする。伝送線路の特性インピーダンスを Z_0 とすれば、 Z_0 と R_l および R_g との関係で負荷応答電圧の収れん値(最終値)へのプロセスが異なってくる(同図(b))。

時間応答を模式的に説明する図は以下である。

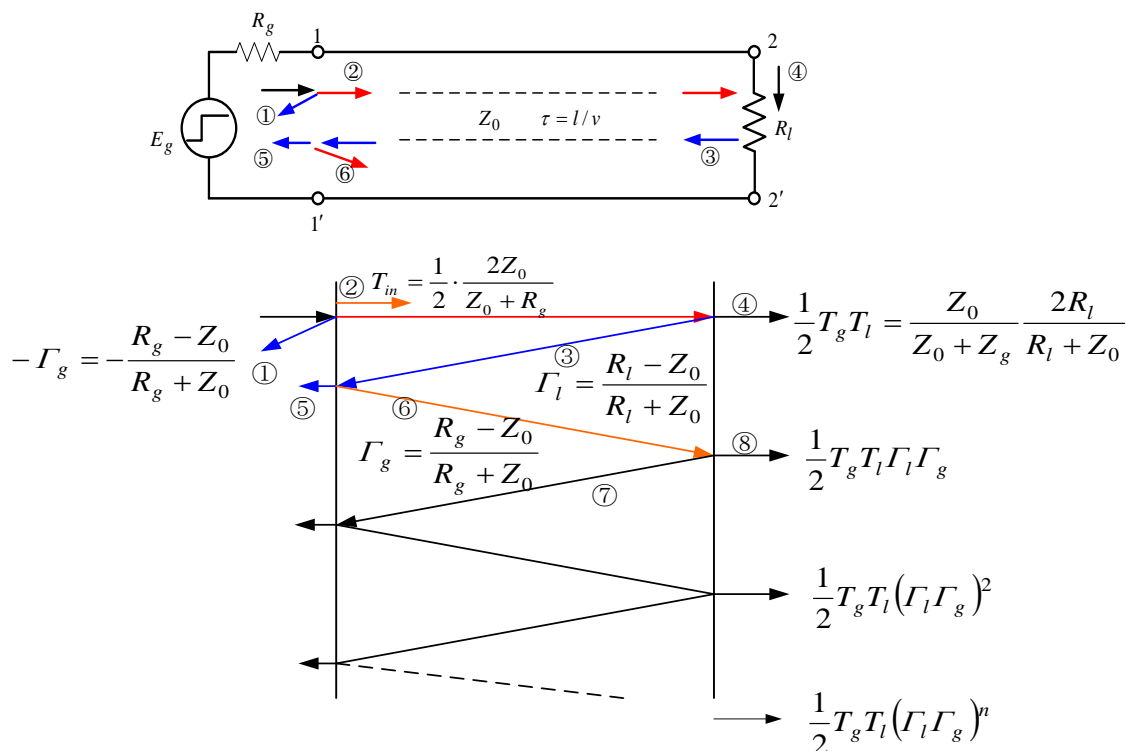


図 2.34 伝送線路の終端抵抗でのステップ応答のメカニズム

- 線路の入力端子(始端)にステップ電圧が到来すると、
- (1)電源内部抵抗 R_g と伝送線路の特性インピーダンス Z_0 が異なると一部が反射①し、残りが伝送線路に入射する波の成分②となる[注15]。
 - (2)この入射してきた波②は伝送線路を伝搬して終端に到達し、負荷抵抗 R_l と特性インピーダンスとの関係で決まる反射波が発生し始端側に帰って行き③、残りの透過波が負荷端子での観測電圧④となる。
 - (3)始端側に帰って行った反射波③は、始端において電源の内部抵抗と特性インピーダンスとの関係で決まる透過波⑤と反射波⑥が発生し、透過波⑤が電源抵抗に吸収される。
 - (4)反射波⑥が伝送線路を伝搬して負荷端子に到着する。ここで再び一部が反射し⑦、残りが透過波として負荷端子での観測電圧⑧となる。

この現象を繰り返して最終の収れん値に近づいていく。

注15 当初に伝送線路に流入する電圧波②の大きさは、電源電圧が電源内部抵抗と接続された伝送線路の特性インピーダンスで分割された値になっていることに注意。

問 3m の平行 2 本線路と同軸線路の終端に可変抵抗を接続して、出力端子の応答電圧を調べよ。
その結果から伝送線路の特性インピーダンス、伝搬速度や実行誘電率を知るためには、どのようなことから可能となるかを考えよ。

2.10 電流は常に配線を一巡して流れるのか

時折、「帰路電流」という用語が用いられている。この帰路電流が「配線(グラウンド面を含む)を一巡して帰る電流」と理解されている場合が非常に多い。このような考え方は一般に誤っていることを示す。

まず、用語の定義および確認事項を再掲しておく。

(1)電気回路で使用する『電圧と電流は**時間変化しない定常状態**でそれぞれ電界と磁界(静電磁界)から定義』されている。

(2)交流電気回路において L,C,R の基本回路素子からなる回路網では、回路素子および配線を含んだ物理的寸法が、使用する周波数の波長に比べて非常に小さい、点として近似できる**集中定数素子回路として回路網理論は展開**されているが、電圧電流は正弦波という波である。

(3)これに対し、交流回路での大きさが無視できない素子の代表的な例が配線や伝送線路であり、等価的に集中定数素子が分布して存在している回路という意味から**分布定数線路(素子)**とも呼ばれ、分布定数回路網の動作は前記しているように集中定数回路網と非常に異なる振る舞いをする。

(4)伝送線路の電磁界は進行方向にそれらの成分を持たず、**垂直な断面(トランスバース面)だけの電磁界**を持つ **TEM モード**と呼ばれる姿態であり、静電磁界と同じである。

(5)**トランスバース面の電磁界が静電磁界と同じ**であることは、伝送線路の電圧と電流はこの面において直流と同じように、電圧は電界から、電流は磁界から定義される。

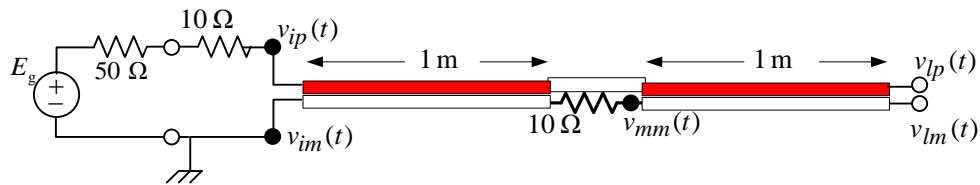
(6)伝送線路の電圧(電界)と電流(磁界)は、**波動として線路に沿って伝搬**していることである。

(7)伝送線路では、**電界と磁界とが電力**を運んでおり、それらのベクトル積(外積)が**電力密度(Poynting)ベクトル**を示しており、**伝送線路はエネルギーの通路、『導波路』**としての役割である。

ここで、2本の伝送線路系があり、**一方の線路に流入した電流が一巡して流れているのか**を次のモデルから考える。

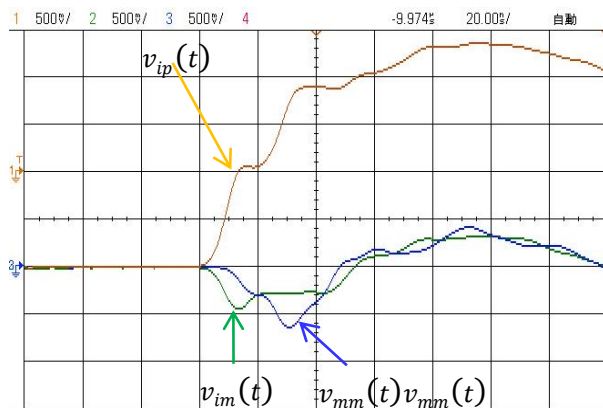
2本線路において、一方の端子にパルス電源を接続し、他方の端子は開放にする。いわゆるグラウンド線と称する線の途中に抵抗を挿入し、次図に示すように線の始端側、線路途中の抵抗の端子、線路終端の開放端子の電圧をオシロスコープで観測する。電流は一巡して電源へ帰ってくるとすれば、パルス電圧が線路の始端側で観測された後、図中の上側の線を電流が流れて行き、終端で開放電圧が観測され、図中の下側の線を電流が帰ってくるので、図中の下側の線の途中に入れた抵抗の電圧が観測される順番になる。そのようになるかを確かめる。

不平衡電源で駆動すると、

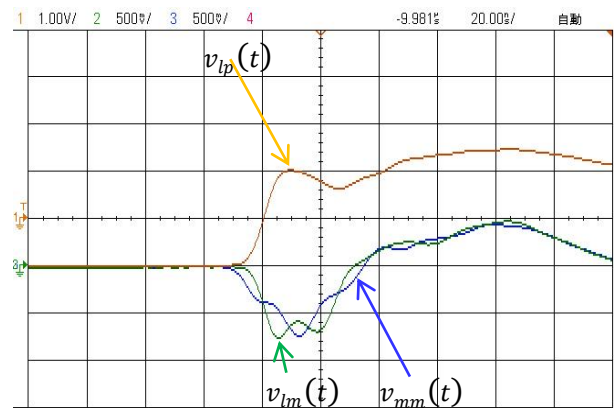


(a) 不平衡電源で駆動する実験回路

終端開放線路では

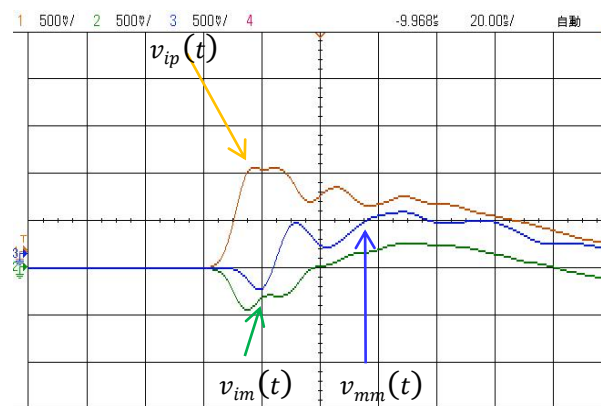


(b) 入力端子と中間抵抗部



(c) 開放端部と中間抵抗部

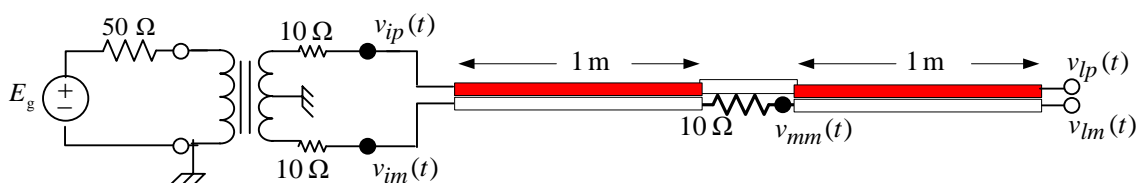
終端短絡線路では



(d) 入力端子と中間抵抗部(終端短絡時)

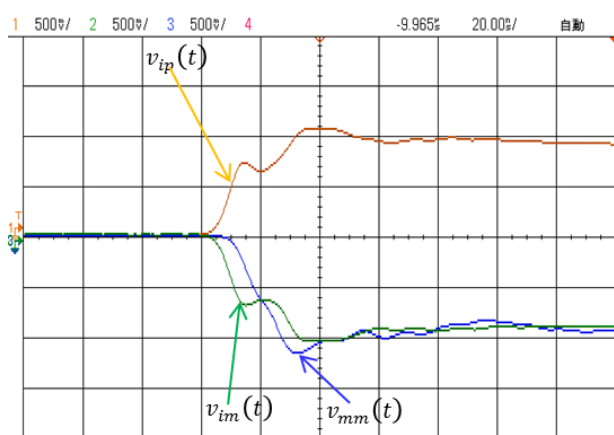
図 2.35 不平衡電源で駆動したときの 2 本の伝送線路を流れる電流の検証例(その 1)

平衡電源で駆動すると

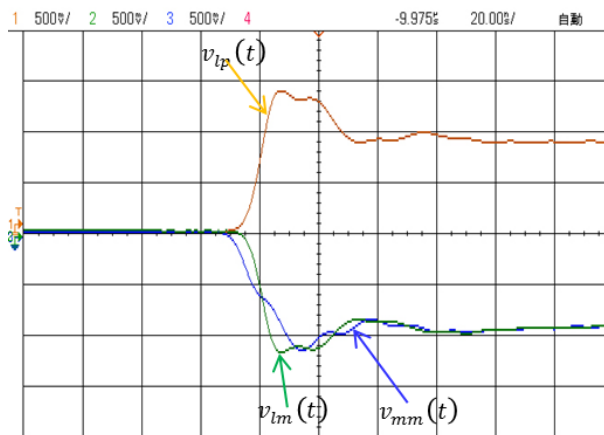


(a) 平衡電源で駆動する実験回路

終端開放線路では、

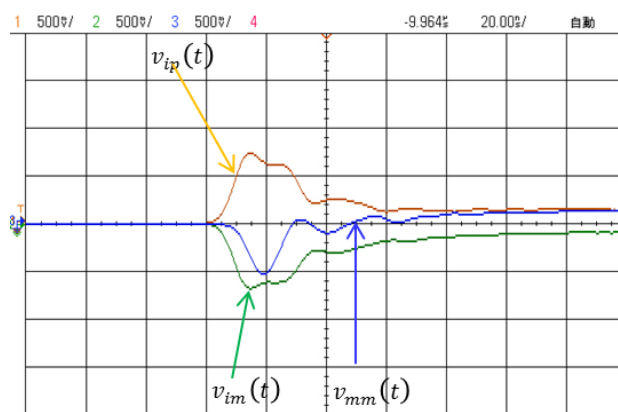


(b) 入力端子と中間抵抗部



(c) 開放端部と中間抵抗部

終端短絡線路では



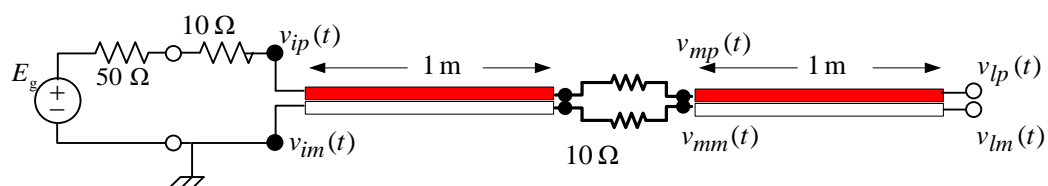
(d) 入力端子と中間抵抗(終端短絡時)

図 2.36 平衡電源で駆動したときの 2 本の伝送線路を流れる電流の検証例(その 2)

図 2.35 及び図 2.36 は、信号発生器のパルス波を調整してステップ応答の観測が出来るように調整したものである。横軸が時間であるので、観測電圧は v_{ip} (図中の上側線の入力電圧)と v_{im} (図中の下側線入力電圧)が先ず同時に観測され、次に v_{mm} (図中の下側線の中に挿入した抵抗端子の電圧)が、最後に v_{lp} (図中の上側線の終端での開放電圧)の順に観測されている。この電圧は電流が流れた結果発生するので、線を一巡して電流が流れるのであれば、下の線路に挿入した抵抗の端子電圧 v_{mm} は最後に観測されるはずである。この結果から電流が一回りしていないことが理解できる。

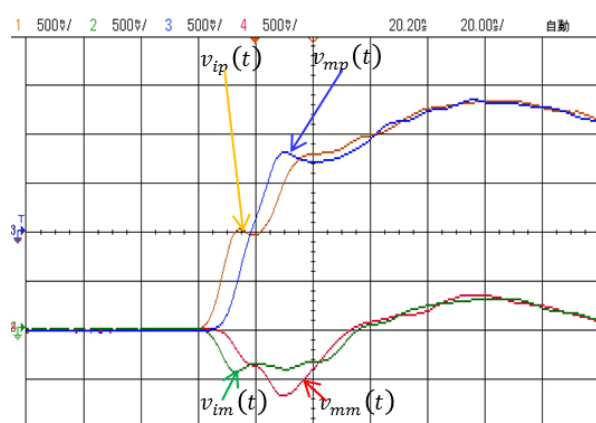
次の実験は、図 2.37(a)に示すように双方の線の途中に抵抗($R = 10 \Omega$)を挿入したときである。

不平衡電源での駆動

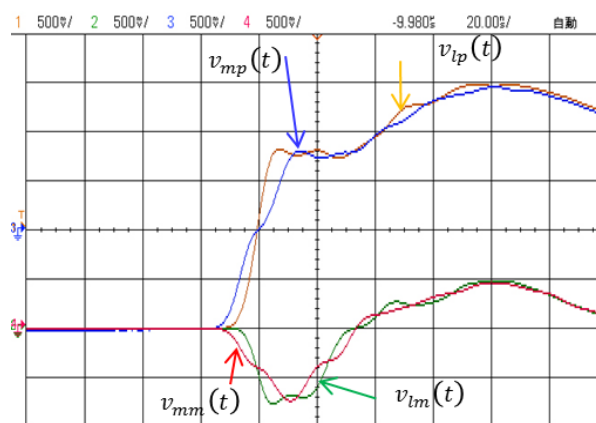


(a) 不平衡電源で駆動する実験回路

終端開放線路では

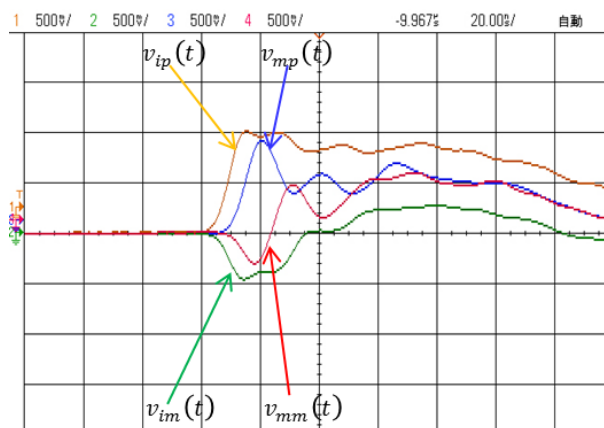


(b) 入力端子と中間抵抗部



(c) 開放端部と中間抵抗部

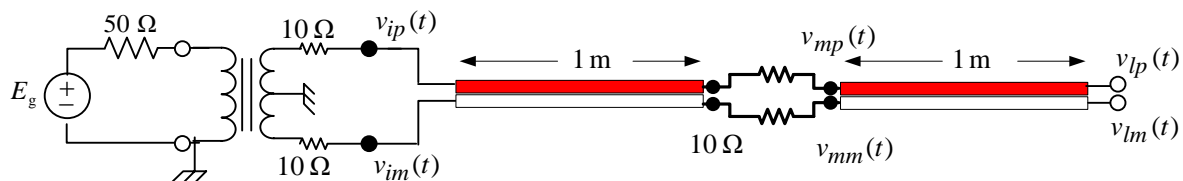
終端短絡線路では



(d) 入力端子と中間抵抗部(終端短絡時)

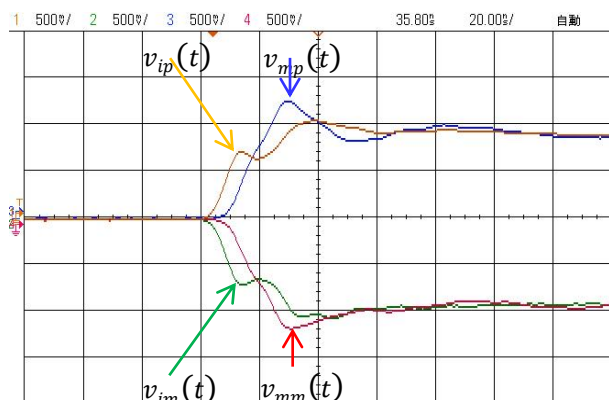
図 2.37 不平衡電源で駆動したときの 2 本の伝送線路を流れる電流の検証例(その 3)

平衡電源での駆動

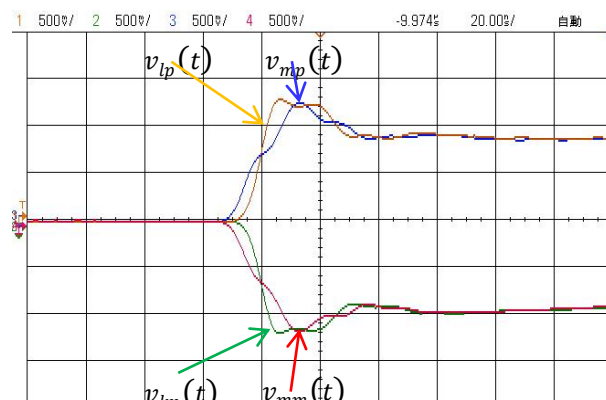


(a) 平衡電源で駆動する実験回路

終端開放線路では

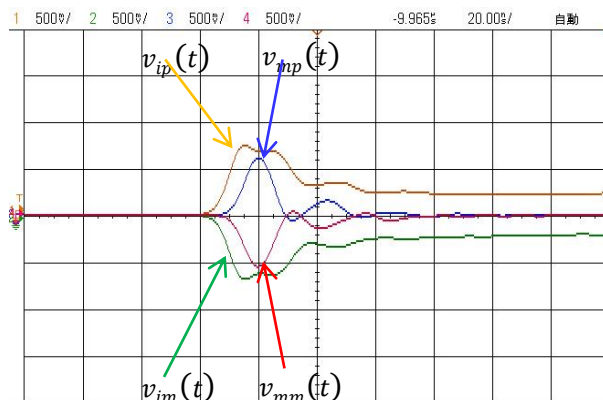


(b) 入力端子と中間部抵抗部



(c) 開放端部と中間抵抗部

終端短絡線路では



(d) 入力端子と中間抵抗部(終端短絡時)

図 2.38 2 本線路を流れる電流の検証例(その 4)

この結果は、観測電圧は v_{ip} (図中の上側線の入力電圧)と v_{im} (図中の下側線の入力電圧)が同時に観測され、次いで、 v_{mp} (図中の上側線の中に挿入した抵抗端子の電圧)と v_{mm} (図中の下側線の中に挿入した抵抗端子の電圧)が、最後に v_{lp} (図中の上側線の終端での開放電圧)と v_{lm} (図中の下側線の終端での開放電圧)の順に観測されている。下側線の中に挿入した抵抗端子の電圧 v_{mm} が最後に観測された訳ではないので、電流が一回りしていないことが理解できる。

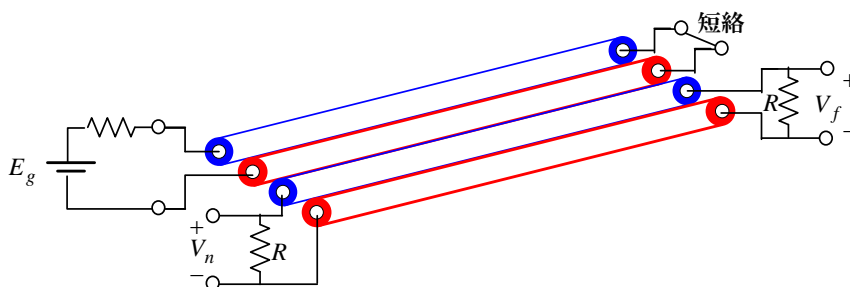
問：終端を短絡したときの観測波形と開放にしたときを比較せよ。

【注】

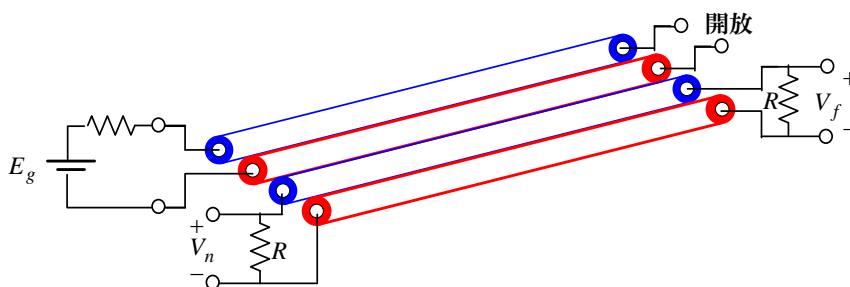
伝送線路の電圧と電流は、TEM の電磁界が静電磁界(直流電磁界)と同じであることから定義できているものであり、電磁界が電力を運んでいることを認識すべきである。

次は思考実験です。

課題 4 次の 4 本(二組)のビニール被覆線を束ねて一組の線路に電源を接続した。定常状態にあるとき、他の組の線間で指示された電圧を測定すると、それはどのように観測されるか



(a) 短絡終端線路に直流電圧源を接続したとき



(b) 短絡開放線路に直流電圧源を接続したとき

図 2.39 直流電圧源を接続した一組(2 本線路)と近接する一組(2 本線路)

課題の意図：

直流電圧源を伝送線路に接続した定常な状態での現象を評価できているのか、キャパシタやインダクタがどのように構成されているか理解できているか、電界結合と磁界結合が理解できているか。

.....

3. クロストーク現象の基礎

4本の線(2組の線)を平行に並べると結合(クロストーク)現象が発生する。グラウンドと平行2本線の場合も同じである。このとき線路系は結合線路と呼ばれたりする。このときの現象を考える。1組の線路(与妨害線路)に電源を接続し、他組の線路(被妨害線路)が妨害を受ける。このとき、被妨害線路の端子のうち与妨害線路の電源端子に近い方の端子を近端、遠い端子を遠端という。この近端、遠端に発生する妨害を近端クロストーク、遠端クロストークという。

磁界結合と誘導性結合のモデル

導線に電流が流れると磁界が発生する現象は、アンペアの(右手の)法則である。理想的な(抵抗ゼロの)導線で作成したコイルに直流電流を流すと、コイル面を鎖交する磁束が電流に比例し、その比例定数がインダクタンス L として定義されていた。しかし、コイルの端子間には電圧は発生していない。すなわちコイルは直流では短絡(ショート)と同じである。しかし、時間変化する外部磁界が閉回路(ループ)を通り抜けると、閉回路には電圧が誘起される。この現象はファラデーの誘導則として知られている。

【注】：磁界が時間変化しないときは、誘導現象はないことに注意！

コイル導線に時間変化する電流が流れると、線の周辺には時間変化する磁界が発生するので、コイルの端子には電圧が発生することになる。このコイルの近くに別のコイルがあると、別のコイルにも時間変化する磁界が鎖交していると電圧を誘起する。これを利用する回路が相互誘導回路であり、トランスである。

この現象は図 3.1(a)に示すような磁界結合モデルあり、電気回路的に表現すると(b)のような結合モデルとなる。

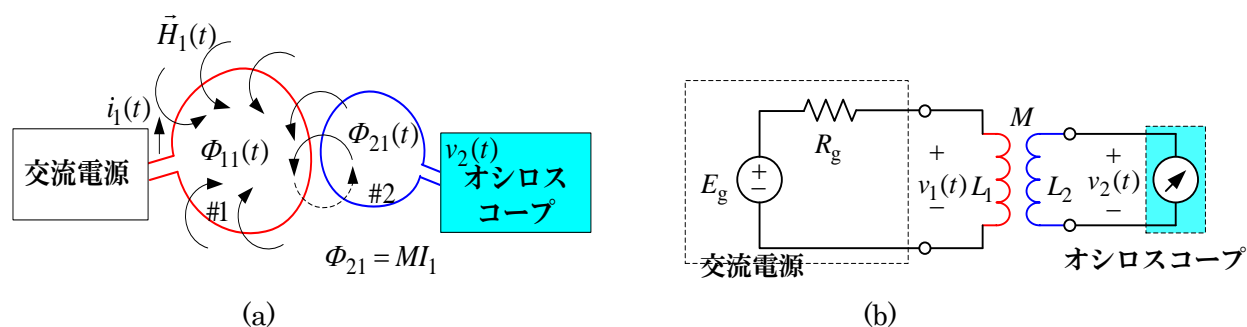


図 3.1 相互誘導モデル：磁界結合モデル(a)とインダクタンス結合モデル(b)

図 3.1(a)において#1 のインダクタに時間変化する正弦波電流が流れると、#2 のインダクタには時間変化する磁界成分の一部が鎖交する。この時間変化する鎖交磁束成分の時間変化率に比例する電圧が誘導され、この電圧をオシロスコープで観測している。このように時間変化する磁界で影響を及ぼす現象を**磁界結合**と呼ぶ。

図 3.1(b)は同じ現象を電気回路的に表現したものである。それぞれのインダクタがもっているインダクタンスを**自己インダクタンス**と呼ぶ。他方のインダクタが作る磁界による鎖交磁束成分から定義されるイ

インダクタンスを相互インダクタンスと呼ぶ。このときの現象を電気回路的にはインダクティブ(誘導性)結合とかL(M)性結合と呼ぶ。この現象を回路素子として構成するものが、相互誘導回路と変成器(トランス)である。

電界結合と容量性結合のモデル

次に、キャパシタを考える。キャパシタは静電界において、電極間に与えた電荷と電極端子間の電圧との関係で定義され、

$$[\text{電荷}] = [\text{キャパシタンス(容量)}] \times [\text{電圧}] \Rightarrow Q = CV$$

である。交流では時間変化する場合であるので、電圧が時間変化する場合は考えればよい。電流は電荷の時間変化率であることを思い出すと次のようになる。

$$[\text{時間変化の電流}] = [\text{キャパシタンス}] \times [\text{電圧の時間変化率}] \Rightarrow \frac{dQ(t)}{dt} = i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

この関係式は、キャパシタの基本式である。

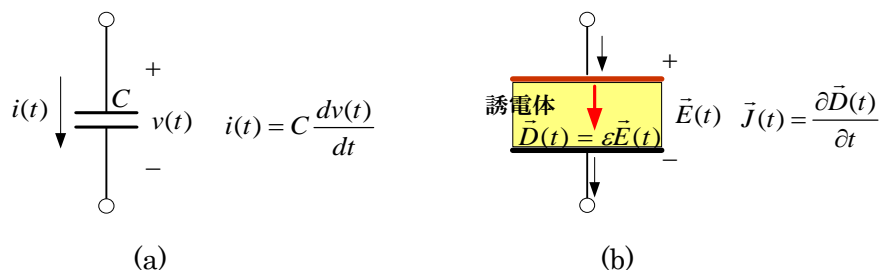


図 3.2 時間変化する電圧とキャパシタ電流：電気回路的表現(a)と電磁気学的表現(b)

キャパシタを流れる電流は、導体を流れる電流(導電電流)とは異なり、キャパシタ電極間の端子電圧がキャパシタ間に挟まれた誘電体媒質の電界を時間変化させていることで発生する電流である。この電流は『変位電流』と呼ばれている。

次に、複数導体があるときの時間変化モデルを考える。図 3.3(a)において時間変化モデルを考えることは、電荷が時間変化することである。すなわち電流を与えることになる。この電流も時間変化しているときを考えるモデルとなる。

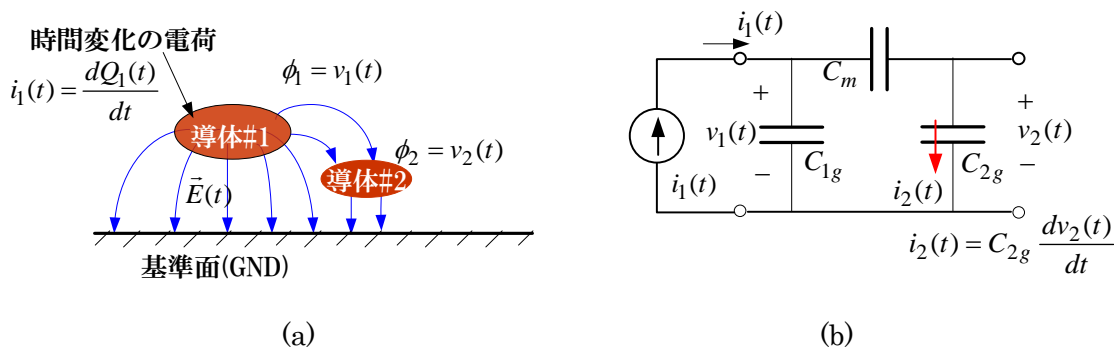


図 3.3 基準面からある高さの位置にある 2 導体の一方に時間変化する電荷を与えたモデル：電界的表現(a)と回路的な表現(b)

図 3.3(a)においては、導体#1 に時間変化する電荷、すなわち時間変化する電流 $i_1(t)$ を与えると、発生している電界も時間変化しているので、結果として各導体の電圧も時間変化している。したがって導体#2 が基準面に作る自己キャパシタンス C_{2g} には時間変化する電圧 $v_2(t)$ が加わっているので、電流が流れることになる。この現象は電磁気学的な立場からは、導体#2 の回路(被妨害回路)が、妨害回路で発生している時間変化の電界によって妨害を受ける現象であるので『電界結合』という。電気回路的な立場からは相互キャパシタンスによって発生するものであるので、『**キャパシティブ結合、容量性結合、C 結合**』などと呼ばれている。電界(容量性)結合では、被妨害回路に『電流が誘導される現象』である。言葉を換えれば、被妨害回路では『**電流源**』で表現できることになる。

3.1 低周波での磁界結合

課題 5 2組の線路が束になっている。線路長は波長に比べて短いとする。電源を接続した1組の線路の終端を短絡したとき、もう一組の線路系の両端子に接続した抵抗素子の端子電圧(近端結合と遠端結合)を観測した。このときの回路モデルを図 3.4(a)、観測した近端結合と遠端結合の電圧の結果を図 3.4(b)に示す。近端結合と遠端結合の電圧は逆転している(位相が逆相である)。何故か？

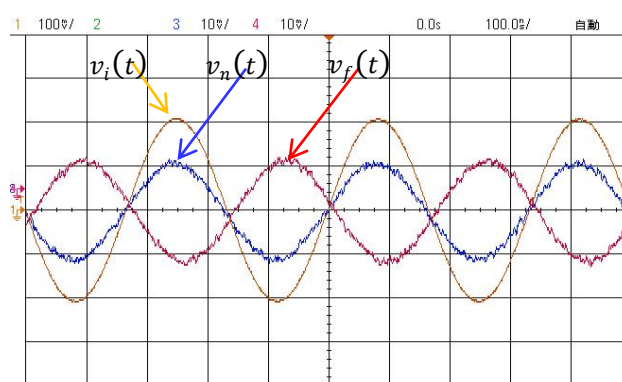
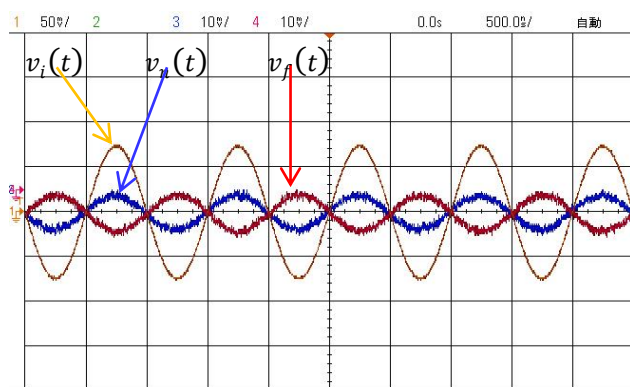
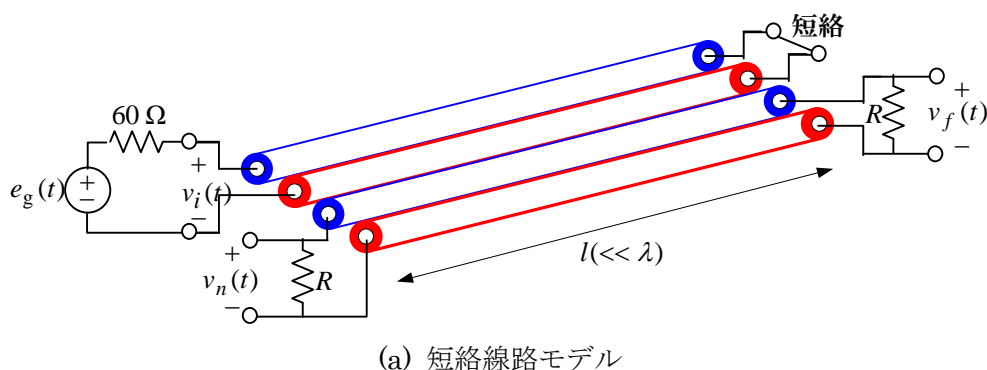
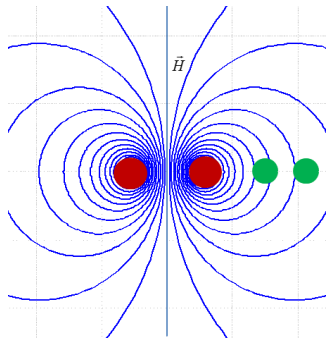
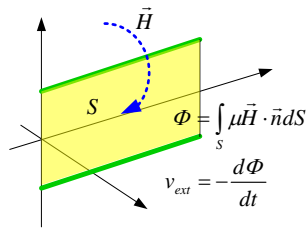


図 3.4 伝送線路の低周波結合モデル(その 1) ($l = 1 \text{ m}$, $R = 50 \Omega$)

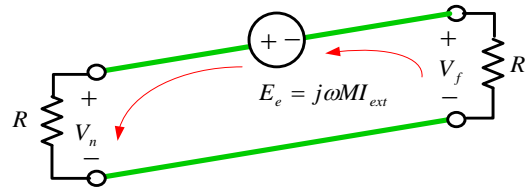
次の図は、この現象を説明するためのヒント図である。



(a)



(b)



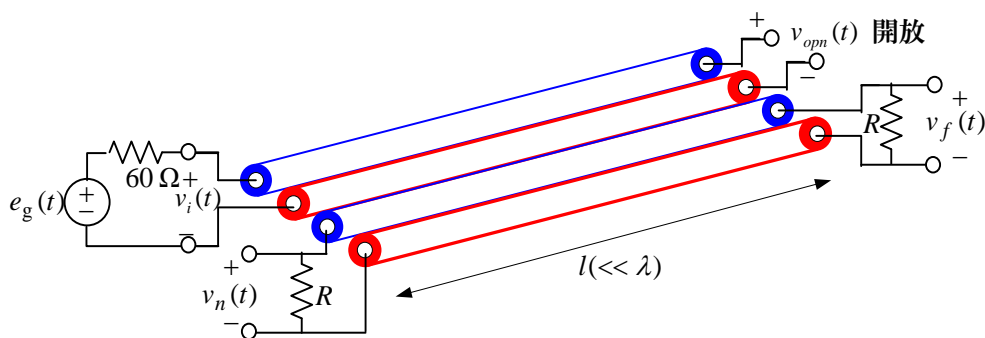
(c)

図 3.5 図 3.4 の現象を説明する図

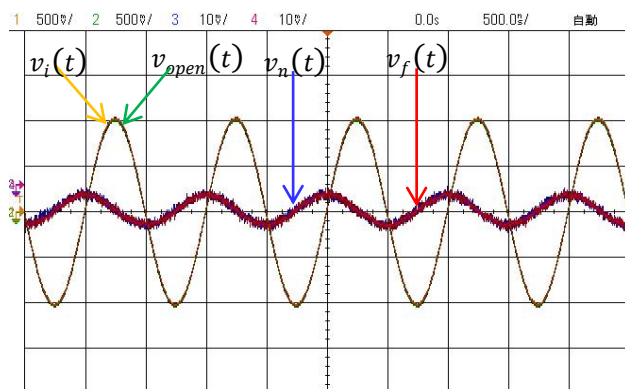
[現象の説明]

3.2 低周波での電界結合

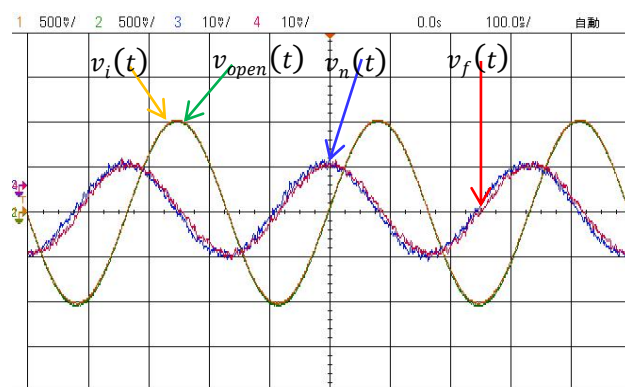
課題 6 2組の線路が束になっている。線路長は波長に比べて短いとする。電源を接続した1組の線路の終端を開放にしたとき、もう1組の線路系の両端子に接続した抵抗素子の端子電圧(近端クロストークと遠端クロストーク)を観測した。このときの回路モデルを図 3.6(a)、観測した近端クロストークと遠端クロストークの電圧の結果を図 3.6(b)に示す。近端クロストークと遠端クロストークの電圧は同じである(同相である)。その理由は？



(a) 終端開放モデル



(b) 1 MHz



(c) 3 MHz

図 3.6 伝送線路の低周波結合モデル(その 2) ($l = 1 \text{ m}$, $R = 50 \Omega$)

次の図はこの現象を説明するためのヒント図である。

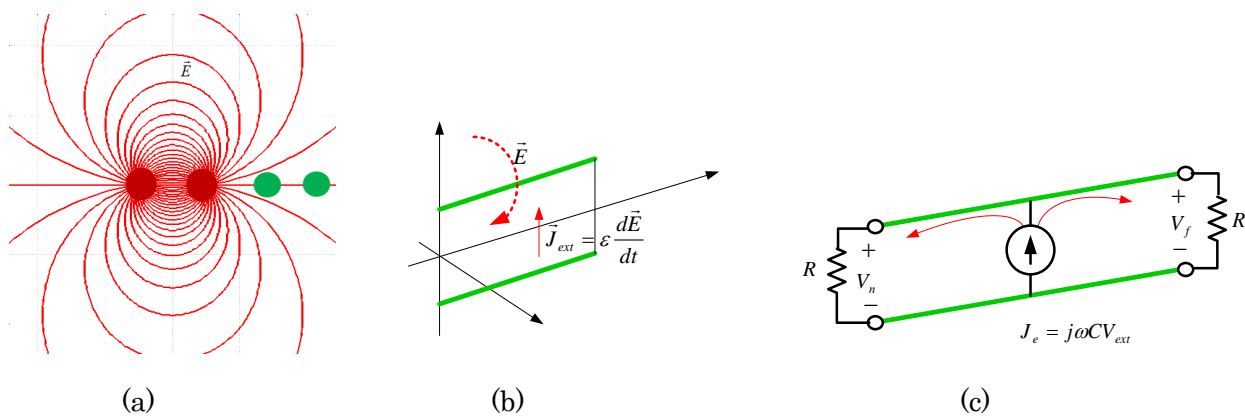
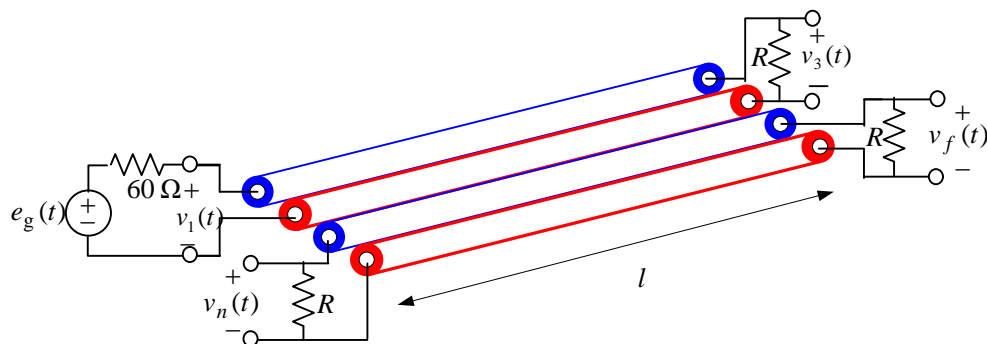


図 3.7 図 3.6 の現象を説明するための図

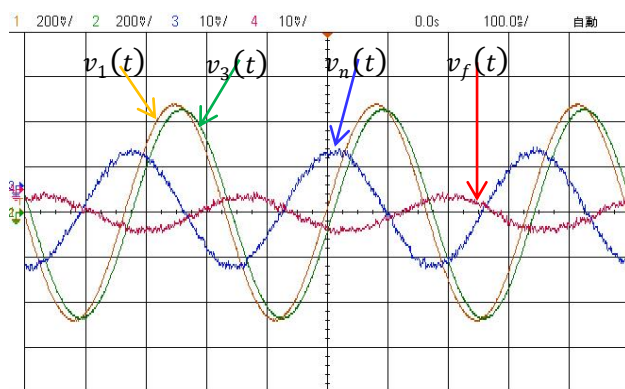
「現象の説明」

3.3 高周波でのクロストーク現象

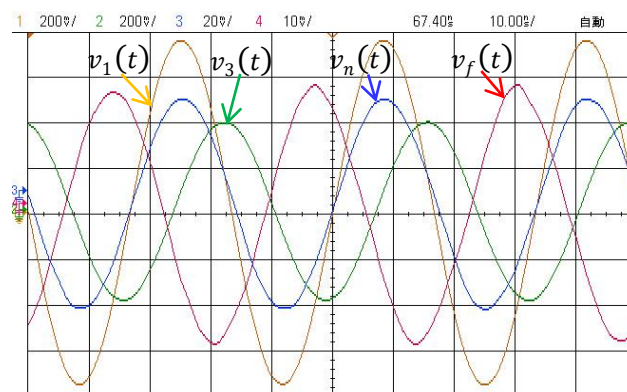
一般の線路系では電界結合と磁界結合とが合わさった効果としての現象が観測される。この結果として近端クロストークと遠端クロストークの結果は異なる特性を示す。この例を次に示す。



(a) クロストークモデル



(b) 3 MHz



(c) 30 MHz

図 3.7 一般の 2 組の線路系間の結合(クロストーク)現象 ($l = 1 \text{ m}$, $R = 50 \Omega$)

付 録

マクスウエルの方程式

マクスウエルの方程式は、電界と磁界に関するフェーザ法表示の関係式が次式で与えられる。

$$\text{ファラデー・マクスウエルの式} \quad \nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B}, \quad (\vec{B} = \mu\vec{H})$$

$$\text{アンペア・マクスウエルの式} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D}, \quad (\vec{D} = \epsilon\vec{E})$$

$$\text{この他にガウスの発散式} \quad \nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

を加えて、マクスウエルの方程式と言ったりしている。

マクスウエルの方程式の電流密度は、1次電流源を \vec{J}_0 、媒質の導電率を σ とおくと、 $\vec{J} = \vec{J}_0 + \sigma\vec{E}$ となる。

このとき、マクスウエルの方程式から電界および磁界に関する方程式を

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \vec{J}_0}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla \rho$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{J}_0$$

と導出できる。ソース(源)が無視できる ($\vec{J}_0 = 0$ および $\rho = 0$) 遠方においては、フェーザ表示で

$$\nabla^2 \vec{E} + (\omega^2 \mu\epsilon - j\omega\mu\sigma) \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} + (\omega^2 \mu\epsilon - j\omega\mu\sigma) \vec{H} = 0$$

さらに、空気中では $\sigma = 0$ と近似すると、

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu\epsilon \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu\epsilon \vec{H} = 0$$

となり、これは波動方程式であるので、電界と磁界が波動として伝搬していることを示している。

電信方程式

電信方程式は無損失の伝送線路の電圧 $V(x)$ と電流 $I(x)$ の関係を次式で与えている。

$$-\frac{dV(x)}{dx} = j\omega LI(x), \quad -\frac{dI(x)}{dx} = j\omega CV(x)$$

この式を基礎として、高周波回路の解析が行われている。この連立微分方程式から、電圧と電流の式を求めると、次式となる。

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} + \omega^2 LCV(x) = 0, \quad \frac{d^2 I(x)}{dx^2} + \omega^2 LCI(x) = 0$$

この方程式は波動を表現する式であることから、伝送線路の電圧と電流は「波」である。この微分方程式の解は、任意点 x の電圧電流を $x=0$ の電圧で表現する進行波(第1項)と後退波(第2項)で表現すれば次となる。

$$V(x) = V(0) \{ \exp(-j\beta x) + \Gamma_0 \exp(j\beta x) \}$$

$$I(x) = \frac{V(0)}{Z_0} \{ \exp(-j\beta x) - \Gamma_0 \exp(j\beta x) \}$$

ここで、 Γ_0 は $x=0$ での電圧反射係数、 $\beta = \omega\sqrt{LC}$ は位相定数、 $Z_0 = \sqrt{L/C}$ は特性インピーダンスである。 $x=0$ の電圧電流で表現すると次式となる。

$$\begin{aligned} V(x) = V(0) \cos \beta x - jZ_0 I(0) \sin \beta x &\Rightarrow V(0) = V(l) \cos \beta l + jZ_0 I(l) \sin \beta l \\ I(x) = -j \frac{V(0)}{Z_0} \sin \beta x + I(0) \cos \beta x &\Rightarrow I(0) = j \frac{V(l)}{Z_0} \sin \beta l + I(l) \cos \beta l \\ &\Rightarrow V(l) = V(0) \cos \beta l - jZ_0 I(0) \sin \beta l \\ &\Rightarrow I(l) = -j \frac{V(0)}{Z_0} \sin \beta l + I(0) \cos \beta l \end{aligned}$$

電源が内部抵抗 R_g の電圧源 E_g で、負荷インピーダンスが Z_l であれば、入力端では $V(0) = E_g - R_g I(0)$ 、終端では、 $V(l) = Z_l I(l)$ の条件にあるので、これを代入して端子の電圧電流を求めることができる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V(0) \\ \frac{E_g}{R_g} - V(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ j \frac{1}{Z_0} \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(l) \\ \frac{V(l)}{Z_l} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V(0) \\ V(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \cos \beta l + j \frac{Z_0}{Z_l} \sin \beta l \\ 1 & j \frac{1}{Z_0} \sin \beta l + \frac{1}{Z_l} \cos \beta l \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E_g}{R_g} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\begin{Bmatrix} 1 + \frac{1}{Z_l} \end{Bmatrix} \cos \beta l + j \begin{Bmatrix} \frac{Z_0}{Z_l} + \frac{1}{Z_0} \end{Bmatrix} \sin \beta l} \begin{bmatrix} (\cos \beta l + j \frac{Z_0}{Z_l} \sin \beta l) \frac{E_g}{R_g} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

終端負荷の伝送線路の入力インピーダンス

$x=0$ の電圧電流を終端の電圧電流で表現すると、上述したように

$$V(0) = V(l) \cos \beta l + jZ_0 I(l) \sin \beta l \quad \text{および} \quad I(0) = j \frac{V(l)}{Z_0} \sin \beta l + I(l) \cos \beta l \quad \text{で求められる。したがって、}$$

入力インピーダンスは、終端負荷のインピーダンスを $Z_l = Z(l)/I(l)$ とすれば、

$$Z_{in} \equiv \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V(l) \cos \beta l + jZ_0 I(l) \sin \beta l}{j \frac{V(l)}{Z_0} \sin \beta l + I(l) \cos \beta l} = Z_0 \frac{Z_l \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_l \sin \beta l} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_l \tan \beta l}$$

となる。

負荷が短絡のときは $Z_l = 0$ であるので、このときの入力インピーダンス Z_s は

$$Z_s = jZ_0 \tan \beta l$$

となる。 $Z_s = 0$ が成立するのは、 $\beta l = 0, \pi, \dots, n\pi$ のときであり、 $\beta l < \pi/4$ のときは正のリアクタンス(誘導性)となる。また、負荷が開放のときは、 $Z_l \rightarrow \infty$ であるので、このときの入力インピーダンス Z_f は

$$Z_f = -jZ_0 \cot \beta l$$

となり、 $\beta l < \pi/4$ のときは負のリアクタンス(容量性)となる。

このように負荷が短絡や開放であっても、入力インピーダンスは周波数で大きく変化する。